



Pedro Boto Semblano da Silva

Licenciado em Ciências de Engenharia Civil

Avaliação da vulnerabilidade sísmica de um arco em alvenaria de pedra utilizando o método dos elementos discretos

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre
em Engenharia Civil - Perfil Estruturas

Orientador: Professor Doutor Corneliu Cismaşiu,
Professor Associado, FCT/UNL

Co-orientador: Professor Doutor José Vieira de Lemos,
Investigador-Coordenador, LNEC

Júri:

Presidente: Professor Doutor Nuno Manuel da Costa Guerra
Arguente: Professor Doutor Carlos Manuel Chastre Rodrigues
Vogal: Professor Doutor José Vieira de Lemos



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Novembro de 2018

“Copyright” Pedro Boto Semblano da Silva, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa tem o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

A presente dissertação não teria sido realizada sem a ajuda e o apoio de várias pessoas. A todas estas pessoas, quero deixar os mais sinceros agradecimentos.

Gostaria de expressar o meu mais profundo e sincero agradecimento ao professor Corneliu Cismaşiu. Por todos os conhecimentos transmitidos e ampla sabedoria partilhada, pela sua inestimável orientação, pelo seu compromisso e constante disponibilidade para me receber.

Estou imensamente grato ao meu co-orientador, o professor José Lemos, pela sua orientação através do tópico dos elementos discretos e pela total disponibilidade que sempre manifestou em receber-me.

À Universidade Nova de Lisboa, à Faculdade de Ciências e Tecnologia e em especial ao Departamento de Engenharia Civil, bem como a todo o corpo docente que me acompanhou e contribuiu para o meu crescimento.

Gostaria de expressar a minha gratidão e reconhecimento ao meu *sensei*. Ao mestre Albertino Quintãs, por partilhar comigo toda a sua sabedoria e experiência, bem como por me ter guiado ao longo de todo o meu percurso.

Deixo palavras de apreço aos meus colegas e amigos que me acompanharam durante todo o meu o percurso académico e com quem tive o prazer de partilhar vários momentos pelo caminho.

À Marta, por todo o carinho, permanente incentivo e incansável compreensão, fazendo-me sempre acreditar que serei capaz de alcançar tudo aquilo a que me comprometo.

Por fim, a quem as palavras nunca poderão demonstrar a minha verdadeira gratidão, agradeço ao meu irmão e aos meus pais, por tudo.

Resumo

As construções em alvenaria representam grande parte do edificado histórico e podem ser encontradas um pouco por todo o mundo. Uma vez que muitas destas construções estão localizadas em zonas sísmicas, a avaliação da sua vulnerabilidade a estes eventos representa uma medida ativa na sua preservação.

Em virtude do comportamento não linear das alvenarias e da existência de descontinuidades entre os seus elementos, torna-se complexa a sua simulação numérica. O método dos elementos discretos é particularmente apropriado à representação de estruturas de carácter predominantemente discreto, caracterizando-se principalmente por permitir a ocorrência de deslocamentos e rotações finitas de corpos discretos, bem como o reconhecimento de novos contactos entre corpos e a eliminação de contactos obsoletos admitindo a simulação do completo destacamento de corpos discretos inicialmente em contacto.

Na presente dissertação, avalia-se o desempenho sísmico de um arco em alvenaria de pedra, através do método dos elementos discretos, recorrendo-se a análises temporais não lineares. Uma abordagem probabilística permite considerar a variabilidade da ação sísmica e a incerteza na definição das propriedades dos materiais. São consideradas ambas as ações sísmicas regulamentares e níveis de intensidade sísmica crescentes. Subsequentemente são propostos cinco estados de dano para a estrutura e elaboradas curvas de fragilidade. Duas soluções de reforço usando cabos de aço são consideradas e comparadas.

Palavras chave:

Alvenaria reforçada, análise dinâmica incremental, avaliação da vulnerabilidade sísmica, curvas de fragilidade, modelos de elementos discretos

Abstract

Most of the historic buildings are masonry constructions spread all over the world. Since many of these constructions are located in seismic zones, assessing their vulnerability to these events represents an active measure in their preservation.

Due to the non-linear behaviour of the masonry and the existence of discontinuities between its elements, the corresponding numerical simulation becomes complex. The discrete elements method is particularly appropriate to represent the predominantly discrete character of these structures. The method allows the occurrence of finite displacements and rotations of discrete bodies, as well as the recognition of new contacts between bodies and the elimination of obsolete contacts, making possible the simulation of complete detachment of discrete bodies initially in contact.

The present dissertation assesses the seismic performance of a stone masonry arch, using non-linear discrete elements analyses. A probabilistic approach allows to consider the variability of the seismic action and the uncertainty in the definition of several material properties. Two code-compliant seismic actions of increasing levels are considered. Subsequently five damage states are proposed, and the corresponding fragility curves constructed. Two steel cables reinforcement schemes are considered and compared.

Keywords:

Discrete elements models, fragility curves, incremental dynamic analysis, reinforced masonry, seismic vulnerability assessment

Índice de matérias

Copyright	i
Agradecimentos	iii
Resumo	v
Abstract	vii
Índice de figuras	xiii
Índice de tabelas	xvii
Lista de abreviaturas, siglas e símbolos	xix
1 Introdução	1
1.1 Breve introdução histórica	1
1.2 Motivações e objetivos	3
1.3 Organização da dissertação	4
2 Caracterização das alvenarias regulares	7
2.1 Introdução	7
2.2 Mecanismos de rotura em alvenaria	8
2.3 Comportamento da alvenaria em compressão uniaxial	8
2.4 Comportamento da alvenaria em tração uniaxial	9
2.5 Comportamento da alvenaria sob estados de tensão biaxiais	10
3 Soluções de reforço em arcos de alvenaria	13
3.1 Introdução	13
3.2 Comportamento estrutural e modos de colapso	14
3.3 Soluções de reforço	14
3.3.1 Reforço com tirantes	16
3.3.2 O Método do Arco Reforçado	17
4 Modelação numérica de estruturas em alvenaria	25
4.1 Introdução	25
4.2 Desafios na modelação da alvenaria	26
4.3 Estratégias na modelação da alvenaria	27
4.4 Métodos de análise numérica em estruturas de alvenaria	29

4.4.1	Método da análise limite	29
4.4.2	Método dos elementos finitos	30
4.4.3	Método dos elementos discretos	31
4.4.4	Método dos elementos finitos discretos	33
4.5	O método dos elementos discretos na modelação da alvenaria	34
4.5.1	Aspetos na modelação de sistemas descontínuos	34
4.5.2	O programa de cálculo 3DEC	36
4.5.3	Representação dos blocos	36
4.5.4	Representação dos contactos	37
4.5.5	Deteção dos contactos	40
4.5.6	Interação entre blocos	42
4.5.7	Algoritmo de cálculo	45
4.5.8	Ciclo de cálculo	46
4.5.9	Amortecimento	48
4.5.10	Estabilidade numérica	50
5	Caso de estudo	53
5.1	Definição dos modelos numéricos	53
5.1.1	Geometria	54
5.1.2	Condições de fronteira	54
5.1.3	Representação dos blocos e contactos	54
5.1.4	Propriedade dos materiais	57
5.1.5	Amortecimento	60
5.1.6	Passo de cálculo	62
5.2	Frequências próprias e modos de vibração	66
5.3	Representação do reforço	66
6	Avaliação da vulnerabilidade sísmica	71
6.1	Introdução	71
6.2	Definição da ação sísmica	72
6.3	Variabilidade probabilística de parâmetros chave	74
6.3.1	Incerteza nas propriedades mecânicas dos materiais	75
6.3.2	Implementação no caso de estudo	76
6.4	Abordagem à análise dinâmica incremental	82
6.4.1	Comportamento dinâmico	83
6.4.2	Aplicação no caso de estudo	84
6.5	Avaliação de danos sísmicos	85
6.5.1	Métodos de avaliação de danos sísmicos	86
6.5.2	Procedimento e aplicação ao caso de estudo	87
6.6	Curvas de fragilidade	92
6.6.1	Metodologias	92
6.6.2	Construção das curvas de fragilidade	93
6.7	Resultados e conclusões	94
7	Conclusões e desenvolvimento futuro	101
7.1	Conclusões gerais	101
7.2	Perspetivas de desenvolvimento futuro	102

Referências bibliográficas	105
A Registos sísmicos	117
B Espectros de resposta	131
C Avaliação de danos	135
D Código para implementação do reforço	143

Índice de figuras

1.1 Tijolos de lama em forma de charuto colocados em argamassa de lama	2
1.2 Construções em alvenaria	3
2.1 Mecanismos de rotura em alvenaria	9
2.2 Estado triaxial de tensões na interface entre bloco e argamassa . .	10
2.3 Comportamentos típicos de espécimes de alvenaria	12
3.1 Mecanismo de colapso de um arco de volta perfeita em alvenaria . .	14
3.2 Exemplos do uso de tirantes em estruturas históricas	17
3.3 Forças de interação entre o cabo e o arco quando um cabo pós-tensionado é colocado no extradorso ou intradorso	18
3.4 Várias aplicações possíveis do Método do Arco Reforçado	20
3.5 Aplicação do Método do Arco Reforçado no intradorso num dos arcos do Convento de San Cristoforo em Lodi, Itália	20
3.6 A ponte de alvenaria de Sogliano al Rubicone, antes e depois da consolidação com o Método do Arco Reforçado	22
3.7 Intervenção na Casa Giacobbe em Magenta. As abóbadas de aresta foram reforçadas com o Método do Arco Reforçado	23
3.8 Intervenção no Mosteiro dos Olivetani em Nerviano. Reforço pelo extradorso das abóbadas	23
3.9 Intervenção no Castelo de Masino em Caravino. Abóbada da Galeria dos Poetas reforçada pelo extradorso com a técnica RAM e tiras de FRP	23
4.1 Estratégias de modelação para estruturas de alvenaria	28
4.2 Templo de Apolo em Bassas, Grécia	32
4.3 Ponte em arco de alvenaria com as unidades de alvenaria modeladas por elementos discretos deformáveis e o enchimento por elementos discretos esféricos	34
4.4 Representação dos blocos no programa 3DEC	35
4.5 Divisão das faces num bloco rígido, para aumentar o número de pontos de contacto	39
4.6 Representação do contacto entre blocos	39
4.7 Representação da interação entre blocos através de contactos elementares no programa 3DEC	40
4.8 Exemplos do conceito plano-comum entre dois blocos no 3DEC . .	41

4.9 Modelos de contacto	42
4.10 Representação esquemática bidimensional da interação mecânica entre elementos discretos	43
4.11 Modelo de contacto com resistência residual	44
4.12 Ciclo de cálculo em algoritmos explícitos	47
5.1 Caso de estudo	54
5.2 Geometria do modelo numérico	55
5.3 Análise de convergência, para apurar o número de pontos de contacto em cada face do bloco	56
5.4 Detalhe da discretização dos blocos	56
5.5 Variação do amortecimento com a frequência angular	63
5.6 Acelerograma de Vrancea	64
5.7 Deslocamento total da pedra angular	64
5.8 Padrão de resposta	65
5.9 Análise da convergência e duração das análises numéricas	65
5.10 Modos de vibração do modelo numérico	67
5.11 Esquema de implementação do cabo de pré-esforço no extradorso do arco de alvenaria	69
5.12 Soluções de reforço aplicadas ao arco de alvenaria	70
6.1 Espectros de resposta ajustados	74
6.2 Função de densidade espectral de potência gerado através do espectro de resposta elástica regulamentar, para as AST 1 e 2	75
6.3 Distribuições probabilísticas dos parâmetros chave dos blocos	78
6.4 Distribuições probabilísticas dos parâmetros chave das juntas	81
6.5 Parâmetros dos blocos	82
6.6 Parâmetros das juntas	82
6.7 Rigidez das juntas	83
6.8 Exemplos de estados de dano para o arco sem reforço	89
6.9 Exemplos de estados de dano para o arco reforçado com tirante	90
6.10 Exemplos de estados de dano para o arco reforçado com cabo de pré-esforço pelo extradorso	91
6.11 Exemplo de curvas de fragilidade em função da intensidade sísmica	94
6.12 Curvas de fragilidade para o arco	95
6.13 Curvas de fragilidade para o arco reforçado com tirante	96
6.14 Curvas de fragilidade para o arco reforçado com cabo de pré-esforço	96
6.15 Probabilidade de dano para as três situações de estudo considerando, o nível de PGA de 0,2 g	97
A.1 Sismo de Chi-Chi, 1999	118
A.2 Sismo de Friuli, 1976	119
A.3 Sismo de Hollister, 1961	120
A.4 Sismo de Imperial Valley, 1979	121
A.5 Sismo de Kobe, 1995	122
A.6 Sismo de Kocaeli, 1999	123
A.7 Sismo de Landers, 1992	124

A.8	Sismo de Lisboa, 1969	125
A.9	Sismo de Loma Prieta, 1989	126
A.10	Sismo de Northridge, 1994	127
A.11	Sismo de Trinidad, 1983	128
A.12	Sismo de Vrancea, 1977	129
B.1	Espectro de resposta elástica horizontal 1 para a AST 1	131
B.2	Espectro de resposta elástica horizontal 2 para a AST 1	132
B.3	Espectro de resposta elástica vertical para a AST 1	132
B.4	Espectro de resposta elástica horizontal 1 para a AST 2	133
B.5	Espectro de resposta elástica horizontal 2 para a AST 2	133
B.6	Espectro de resposta elástica vertical para a AST 2	134
C.1	Exemplos de estados de dano para o arco sem reforço	136
C.2	Exemplos de estados de dano para o arco sem reforço	137
C.3	Exemplos de estados de dano para o arco reforçado com tirante	138
C.4	Exemplos de estados de dano para o arco reforçado com tirante	139
C.5	Exemplos de estados de dano para o arco reforçado com cabo de pré-esforço pelo extradorso	140
C.6	Exemplos de estados de dano para o arco reforçado com cabo de pré-esforço pelo extradorso	141

Índice de tabelas

5.1	Dados disponíveis na literatura para valores do módulo de elasticidade e da massa volúmica da pedra calcária	58
5.2	Propriedades mecânicas dos blocos	58
5.3	Dados disponíveis na literatura para valores do módulo de elasticidade de argamassas históricas	61
5.4	Dados disponíveis na literatura para valores da resistência à tração de argamassas históricas	62
5.5	Propriedades mecânicas das juntas	62
5.6	Erro relativo para diferentes passos de cálculo	65
5.7	Frequências próprias do modelo numérico, para os oito primeiros modos de vibração	66
5.8	Propriedades mecânicas dos cabos de reforço	70
6.1	Conjunto de registos sísmicos seleccionados para a análise	72
6.2	Caracterização da ação sísmica	73
6.3	Caracterização probabilística dos parâmetros-chave	77
6.4	Definição dos estados limite de dano	88
6.5	Descrição qualitativa dos estados de dano	88
6.6	Valores recomendados do índice de fiabilidade para os períodos de referencia	97
6.7	Verificação da <i>probabilidade de ruína</i> para o arco sem reforço	98
6.8	Verificação da <i>probabilidade de ruína</i> para o arco com solução de reforço 1	98
6.9	Verificação da <i>probabilidade de ruína</i> para o arco com solução de reforço 2	99

Lista de abreviaturas, siglas e símbolos

Abreviaturas

a.C. Antes de Cristo

c. Cerca de, aproximadamente ou por volta de

d.C. Depois de Cristo

Distr. Distribuição probabilística

EC0 Eurocódigo 0 – Bases para o projecto de estruturas

EC1 Eurocódigo 1 – Acções em estruturas

EC6 Eurocódigo 6 – Projecto de estruturas de alvenaria

EC8 Eurocódigo 8 – Projecto de estruturas para resistência aos sismos

GDL Graus de Liberdade

Loc. Localização

Ref. Referência bibliográfica

Siglas

3DEC 3 Dimensional Distinct Element Code

AST Ação Sísmica Tipo

CFRP Polímeros Reforçados com Fibra de Carbono

CV Coeficiente de Variação

DE Alemanha

DS Estado de Dano

ED Elementos Discretos

EF Elementos Finitos

EU Estados Unidos

FCT Faculdade de Ciências e Tecnologia

FEMA Federal Emergency Management Agency

FFT Transformada Rápida de Fourier

FR França

GB Grã-Bretanha

GFRP Polímeros Reforçados com Fibra de Vidro

GR Grécia

HAZUS Hazards United States

IDA Análise Dinâmica Incremental

IL Israel

IT Itália

JCSS Joint Committee on Structural Safety

LNEC Laboratório Nacional de Engenharia Civil

MDD Método de Deformação Descontínua

MED Método dos Elementos Discretos

MEF Método dos Elementos Finitos

NIBS National Institute of Buildings Sciences

PGA Aceleração de Pico do Solo

PGD Deslocamento de Pico do Solo

PGV Velocidade de Pico do Solo

PMC Probabilistic Model Code

PT Portugal

RAM Método do Arco Reforçado

TR Turquia

UNL Universidade Nova de Lisboa

Símbolos

- α Constante de amortecimento proporcional à massa
- β Constante de amortecimento proporcional à rigidez
- $\Delta\omega$ Banda de frequência de largura infinitesimal
- ΔF_n Incremento de força vetorial normal ao plano de contacto
- ΔF_s Incremento de força vetorial tangente ao plano de contacto
- Δt Passo de tempo
- Δt_{crit} Passo de tempo crítico
- Δu_n Incremento de deslocamento vetorial normal ao plano de contacto
- Δu_s Incremento de deslocamento vetorial tangente ao plano de contacto
- θ_i Ângulo de rotação do bloco em relação ao eixo i
- μ Coeficiente de atrito
- ξ Coeficiente de amortecimento crítico
- ρ Massa volúmica
- σ_n Tensão normal ao plano de contacto
- σ_t Tensão de tração máxima admissível
- τ_s Tensão tangencial ao plano de contacto
- τ_{max} Tensão tangencial máxima definida pelo critério de rotura de Mohr-Coulomb
- ϕ Ângulo de atrito
- Φ Função cumulante de uma distribuição normal reduzida
- ψ Ângulo de dilatação
- ω_1 Frequência fundamental da estrutura
- ω_i Frequência angular do sistema

- A_c Área de contacto entre blocos
- A_{c0} Área de contacto inicial entre blocos
- A_p Área da secção transversal do cabo de pré-esforço
- c Coesão
- C Matriz de amortecimento de Rayleigh

E_{mortar}	Módulo de elasticidade da argamassa
E_{unit}	Módulo de elasticidade dos blocos
f_c	Tensão resistente à compressão
f_i	Frequência de oscilação do sistema
f_i^a	Forças aplicadas ao bloco
f_i^c	Forças de contacto dos deslocamentos relativos entre blocos
f_t	Tensão resistente à tração
f_y	Tensão de cedência do cabo de pré-esforço
f_{rac}	Fator de segurança que reduz o intervalo de tempo crítico
G_c	Energia de fratura de compressão
G_f	Energia de fratura em modo de tração direta
G_f^{II}	Energia de fratura em corte puro
h_{mortar}	Espessura média das juntas
h_{unit}	Altura média dos blocos
I_i	Momento principal de inércia de massa do bloco em relação ao eixo i
I_s	Momento de inércia escalado
k_n	Constante de rigidez normal do contacto
k_s	Constante de rigidez tangencial do contacto
K	Matriz de rigidez
m	Massa do bloco
m_i^a	Momentos das forças aplicadas ao bloco
m_i^c	Momentos produzidos pelas forças de contacto no bloco
m_s	Massa escalada do bloco
M	Matriz de massa
M_w	Escala de magnitude da ação sísmica
P	Força de pré-esforço aplicada ao cabo
P_f	Probabilidade de ruína
P_{fu}	Probabilidade de colapso
P_{fu0}	Probabilidade de atingir o colapso para o arco sem reforço

- P_{fu1} Probabilidade de atingir o colapso para o arco reforçado com a solução 1
- P_{fu2} Probabilidade de atingir o colapso para o arco reforçado com a solução 2
- $S_{a0}(\omega)$ Função de densidade espectral de potência de aceleração
- $S_x(\omega)$ Densidade espectral de potência
- u_i Vetor deslocamento do centróide do bloco
- \dot{u}_i Vetor velocidade do centróide do bloco
- \ddot{u}_i Vetor aceleração do centróide do bloco
- u_n Componente normal do deslocamento relativo entre blocos
- u_s Componente tangencial do deslocamento relativo entre os blocos
- Y_i Parâmetro estocástico da variável log-normal

Capítulo 1

Introdução

1.1 Breve introdução histórica

A construção em alvenaria pode ser considerada como o começo da engenharia civil. A disponibilidade de pedras foi responsável pela construção em alvenaria, sendo o material de construção mais antigo conhecido pelo homem. O primeiro uso de pedras para uma forma de construção conhecida foi em alvenaria de pedra seca, onde pedras de vários tamanhos eram empilhadas aleatoriamente umas sobre as outras de forma a construir uma parede sem qualquer argamassa, daí o termo alvenaria seca. Pedras de proporções menores eram usadas para preencher os vazios entre as pedras maiores e ocasionalmente lama era utilizada para unir as pedras [141].

Variações desta técnica foram subsequentemente implementadas como o avançar dos tempos. A seguir ao uso de pedras naturais, seguiu-se o tijolo, material de construção feito pelo homem. A utilização do tijolo na arte da construção remonta a 10 ou 12 milénios atrás. Os primeiros tijolos, chamados de *adobe*, foram feitos pressionando lama ou argila em pequenas protuberâncias, às vezes em forma de charuto, permitindo que estes secassem ao sol e ar. Estes eram então colocados com argamassa de lama em paredes, dispostos num padrão horizontal ou em espinha de peixe, como representado na Figura 1.1. Os tijolos secos ao sol foram amplamente utilizados na Babilónia, Egito, Espanha, América do Sul e na reserva indígena dos Estados Unidos [45]. Mais tarde, estes passaram a ser feitos pressionando lama ou argila em moldes rudimentares, com esterco bovino ou palha para aumentar a resistência e secos ao sol, formando assim uma unidade de alvenaria¹ modular.

Os primeiros tijolos moldados foram desenvolvido, supostamente na Mesopotâmia, acerca de 5000 a.C. No entanto, foi a invenção do tijolo cozido, acerca de 3500 a.C., que revolucionou a construção e deu origem a estruturas permanentes em todo o mundo. A cozedura deu ao tijolo a qualidade de resiliência

¹A designação *unidade de alvenaria* está presente no Eurocódigo 6 [64] como *elemento produzido para ser utilizado na construção de alvenaria*. O termo português resulta da tradução da designação anglo-saxónica *masonry unit* [102].

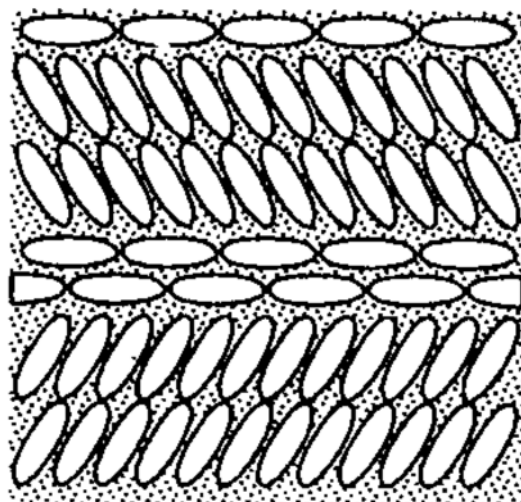


Figura 1.1: Tijolos de lama em forma de charuto colocados em argamassa de lama [45].

(resistência mecânica, durabilidade e conforto) que faltava aos tijolos de lama. O seu aspeto mais significativo era a simplicidade com que os tijolos poderiam ser facilmente moldados e usados em repetições exatas e infinitas de padrões decorativos [141].

Algumas das mais magníficas e notáveis construções em alvenaria construídas no passado permanecem como testemunho da elegância arquitetural e do potencial do uso desta forma de construção comum e tradicional, usada há séculos e por todo o mundo. Dos muros de Antioquia à Via Ápia, da Grande Muralha da China até às Pirâmides de Gizé, a alvenaria foi usada para fortificações, templos, estradas, mesquitas, santuários, catedrais, obeliscos e inúmeras outras estruturas.

Os egípcios estão entre as primeiras civilizações na história a usar a alvenaria como técnica de construção, iniciando a construção das pirâmides em Gizé, por volta de 2500 a.C.. A Grande Pirâmide de Gizé, a mais antiga das sete maravilhas do mundo e a única a permanecer em grande parte intacta é uma das maiores estruturas de alvenaria de pedra construídas pela humanidade. O Templo de Khonsu, construído em Karnak no século XII a.C. e ilustrado na Figura 1.2 (a) é outro exemplo de uma enorme construção egípcia em alvenaria.

Os egípcios não foram a única civilização a descobrir os benefícios da alvenaria. Na península de Iucatão no México, os Toltecas construíram em 1100 d.C. o Templo de Kukulcán ou *El Castillo*² usando o conceito de blocos de alvenaria (ver Figura 1.2 (b)). Mais a norte, em 1325 d.C., os Astecas construíram a sua capital, Tenochtitlán, uma cidade inteira construída usando a alvenaria como técnica de construção.

²Termo usado pelos conquistadores espanhóis no século XVI.

Em Inglaterra, foi no reinado de Guilherme I, o Conquistador que se iniciou a construção do Castelo de Windsor (Figura 1.2 (c)). Os castelos britânicos eram a primeira linha de defesa contra invasores e mesmo após o aparecimento do Renascimento, os castelos eram uma parte funcional da cultura britânica e continuam a representar a história da região. Na Índia, o magnífico Taj Mahal, ver Figura 1.2 (d), foi construído ao longo de um período de vinte e dois anos, iniciando-se a sua construção em 1632 d.C.. A sua durabilidade e presença arquitetónica espelham duas das qualidades das construções em alvenaria.



(a) Templo de Khonsu [128]



(b) Templo de Kukulcán [133]



(c) Castelo de Windsor [5]



(d) Taj Mahal [69]

Figura 1.2: Construções em alvenaria

1.2 Motivações e objetivos

A maioria das construções em alvenaria assumem grande importância histórica, cultural e arquitetónica. Os arcos são componentes estruturais típicos destas construções e demonstram ser elementos críticos na vulnerabilidade sísmica. O seu estudo e preservação constituem temas importantes e atuais de investigação científica, uma vez que muitas destas estruturas estão localizadas em regiões de elevada perigosidade sísmica. A avaliação da sua vulnerabilidade sísmica, permite tomar medidas preventivas de reforço estrutural no sentido de melhorar a resistência destes elementos estruturais à ação sísmica, de modo a preservar o património construído.

A presente dissertação tem como principal objetivo avaliar a resposta de um arco de alvenaria quando submetido à ação sísmica. Duas soluções de reforço são

consideradas, afim de investigar a sua influencia na melhoria da resposta sísmica do arco.

A avaliação do desempenho sísmico do arco, através da modelação numérica, foi concretizada com recurso ao programa comercial, 3 Dimensional Distinct Element Code (3DEC), baseado no Método dos Elementos Discretos. As análises numéricas não lineares, no domínio do tempo, consideram a variabilidade das ações sísmicas e assumem níveis de intensidade sísmica crescentes. A modelação das soluções de reforço foi realizada, através da linguagem de programação FISH, incorporada no 3DEC.

De modo em ter em conta a variabilidade da alvenaria, foram elaborados modelos probabilísticos das propriedades dos materiais, através da recolha de resultados experimentais publicados na literatura, de maneira a considerar as incertezas associadas às propriedades que caracterizam a alvenaria e então desenvolver modelos numéricos capazes de simular de forma fiável o comportamento do arco.

Os resultados são apresentados por meio de curvas de fragilidade, que quantificam a probabilidade de o dano estrutural igualar ou exceder um determinado estado, em função da intensidade da ação sísmica. São tiradas conclusões sobre a eficácia das soluções de reforço consideradas, na redução da vulnerabilidade da estrutura em estudo, por meio de comparação dos resultados obtidos.

1.3 Organização da dissertação

O conteúdo da dissertação está organizado nos seguintes sete capítulos:

Capítulo 1 Breve introdução histórica e abordagem geral do tema da dissertação;

Capítulo 2 Revisão do comportamento mecânico da alvenaria de pedra regular, com o intuito de estabelecer uma base de conhecimento e compreensão que irá sustentar as decisões para a seleção das ferramentas computacionais utilizadas. Breve descrição dos fatores que influenciam a resposta mecânica deste tipo de alvenaria e a variação das propriedades do material. Possíveis causas de fissuração e diferentes modos de rotura que podem ocorrer durante o carregamento;

Capítulo 3 Identificação dos modos de colapso e comportamento estrutural dos arcos em alvenaria de pedra. Identificação de soluções de reforço em estruturas arqueadas e estudo dos métodos de reforço aplicados ao caso de estudo;

Capítulo 4 Apresentação dos desafios e das estratégias disponíveis para simular o comportamento mecânico das estruturas em alvenaria. Levantamento das metodologias numéricas mais correntes na modelação

destas estruturas. O método dos elementos discretos é estudado pormenorizadamente, bem como os pressupostos essenciais do programa 3DEC, enfatizando os recursos que o torna adequado para a análise de alvenarias.

Capítulo 5 Apresentação do caso de estudo e definição dos modelos numéricos. Descrição da implementação das soluções de reforço na simulação numérica.

Capítulo 6 Descrição da ação sísmica considerada e introdução à variabilidade probabilística. Estudo da vulnerabilidade sísmica do caso de estudo e descrição dos procedimentos requeridos para construção das curvas de fragilidade. Apresentação e comparação de resultados;

Capítulo 7 Resumo do estudo, conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Caracterização das alvenarias regulares

Neste capítulo, é apresentada uma breve revisão sobre o comportamento mecânico da alvenaria regular. O objetivo é estabelecer uma base de conhecimento e compreensão deste material estrutural.

2.1 Introdução

A alvenaria regular é um material compósito constituído por unidades e juntas, que, dependendo da combinação e arranjo dos diferentes elementos, permite a obtenção de um grande número de soluções construtivas, bem como diferentes características resistentes. Apesar das diferenças entre as diversas tipologias possíveis das alvenarias, há características inerentes a todas elas, que resultam da própria natureza dos materiais que as constituem. Geralmente, a alvenaria, pode ser caracterizada pela: natureza rígida das unidades que apresentam uma elevada resistência à compressão; a deformabilidade das juntas com baixa resistência à tração e ao corte. No entanto, as características e as propriedades mecânicas da alvenaria podem variar significativamente, até na mesma estrutura.

Apenas à relativamente pouco tempo a comunidade científica mostrou interesse em campanhas de ensaios experimentais, com o objetivo de apurar os fatores que influenciam o comportamento mecânico e a resistência da alvenaria sob carregamento. Os ensaios experimentais realizados na última década, visaram sobretudo estruturas de alvenaria regular recente, de tijolo ou blocos, sendo raros os ensaios nouro tipo de alvenarias [48]. Quanto às construções antigas, a caracterização experimental é ainda mais recente e menos completa. Contudo, não obstante a ainda insuficiente caracterização das alvenarias antigas, os resultados referentes a alvenarias recentes, permitem aferir alguns parâmetros necessários para os modelos numéricos.

Os fatores que mais influenciam a resposta mecânica da alvenaria, são: as características das unidades; as características das juntas argamassadas; as

características da interface de ligação unidade-argamassa; os processos de cura e a mão de obra.

2.2 Mecanismos de rotura em alvenaria

Na conceção ou reforço de estruturas de alvenaria, deve ser dada especial atenção a certos fatores que, embora não estejam diretamente relacionados com o comportamento estrutural, possam afetá-lo durante o período de vida útil da estrutura. Exemplo disso são os deslocamentos impostos, que podem resultar da aplicação de cargas externas, assentamento das fundações, mudanças de temperatura, fluência e reações químicas nos materiais [59]. Restringir o deslocamento de um material quasi-frágil, como a alvenaria, pode resultar em fendilhação. Esta pode ocorrer na unidade, na argamassa, na interface unidade-argamassa ou em todos os referidos anteriormente. Lourenço e Rots [101] identificaram os cinco mecanismos primários (ou básicos) de rotura, que caracterizam a alvenaria:

- (a) Rotura da junta por tração;
- (b) Rotura diagonal das unidades, devido a esforços de compressão e corte;
- (c) Esmagamento das unidades e/ou argamassa por compressão;
- (d) Escorregamento entre unidades devido ao corte;
- (e) Rotura das unidades por tração.

Os modos de rotura, representados na Figura 2.1, dependem sobretudo da intensidade e direção dos esforços a que a alvenaria está sujeita. Contudo é de salientar a existência de possíveis combinações de mecanismos de rotura. Evidencias experimentais (Abdou et al. [6], Garrity et al. [49]) levaram a concluir que para construções de alvenaria com argamassas de fracas propriedades mecânicas, sujeitas a baixos valores de tensão normal, a rotura ocorre principalmente, na interface de ligação unidade-argamassa ou na argamassa, resultando na abertura de juntas (Figura 2.1 (a)), e/ou em deslizamentos (Figura 2.1 (d)).

2.3 Comportamento da alvenaria em compressão uniaxial

Sob compressão uniaxial, a resposta da alvenaria é condicionada pela diferença relativa das propriedades elásticas das unidades e da argamassa. Devido às diferenças de rigidez, quando a alvenaria é comprimida a argamassa tende a expandir lateralmente mais do que as unidades. Assim, a continuidade entre as unidades e a argamassa, assegurada pelo atrito e coesão entre estes, conduz a um confinamento lateral da argamassa que desenvolve esforços de corte na interface e produz um estado de tensão triaxial de compressão na argamassa e

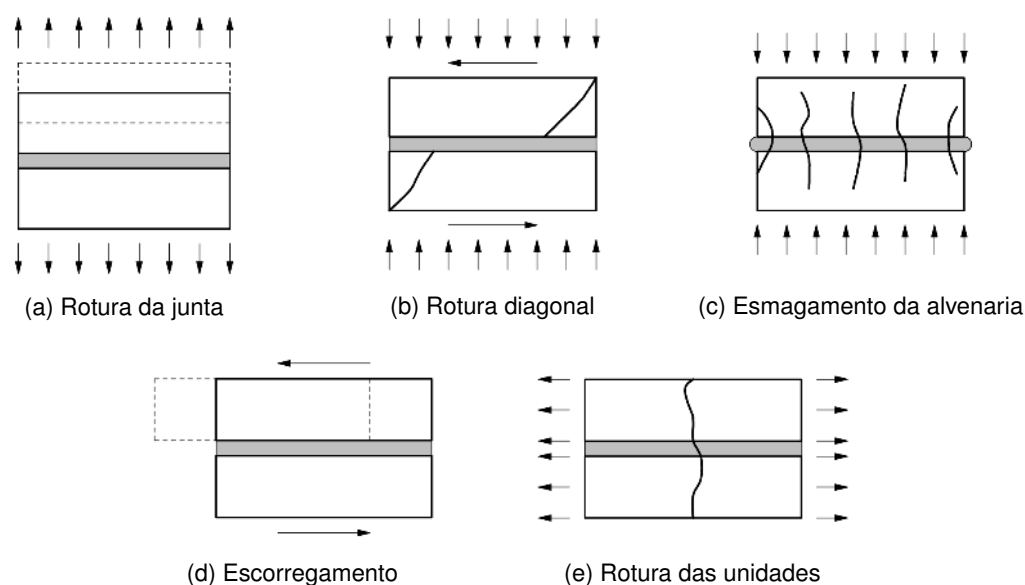


Figura 2.1: Mecanismos de rotura em alvenaria [94]

um estado biaxial de tração e compressão na unidade (Figura 2.2). Desta forma, mediante o aumento da carga, desenvolvem-se fendas paralelas à direção de carregamento, podendo originar o seu colapso.

Relativamente à alvenaria com juntas secas, não argamassadas, verifica-se que em compressão uniaxial, apresenta uma resistência mais reduzida do que espécimes semelhantes com juntas com argamassa [125]. Segundo Gago [48], este facto pode ser explicado pela ausência de um material de interface que uniformize as tensões na junta.

2.4 Comportamento da alvenaria em tração uniaxial

A alvenaria possui uma resistência relativamente alta a esforços de compressão, mas apresenta fraca resistência à tração. Esta afirmação é suportada por numerosos estudos experimentais, que mostram que a resistência à tração da alvenaria é baixa e variável. Da literatura [8, 81], a resistência da alvenaria a esforços de tração depende de inúmeros fatores, tais como: o tipo de unidades que constitui a alvenaria, a composição da argamassa, as misturas que podem ser incluídas na argamassa e a mão-de-obra.

Em solicitações de tração em alvenarias o colapso poderá estar associado à rotura das superfícies de adesão unidade-argamassa ou à rotura das unidades, dependendo da relação relativa das resistências à tração desses componentes. Nestes casos, a resistência à tração da alvenaria é função direta das resistências das unidades ou das áreas de adesão. Noutras situações, em que o colapso se dá pela fratura indistinta das unidades e das áreas de adesão, a resistência da alvenaria não pode ser aferida diretamente a partir dessas resistências

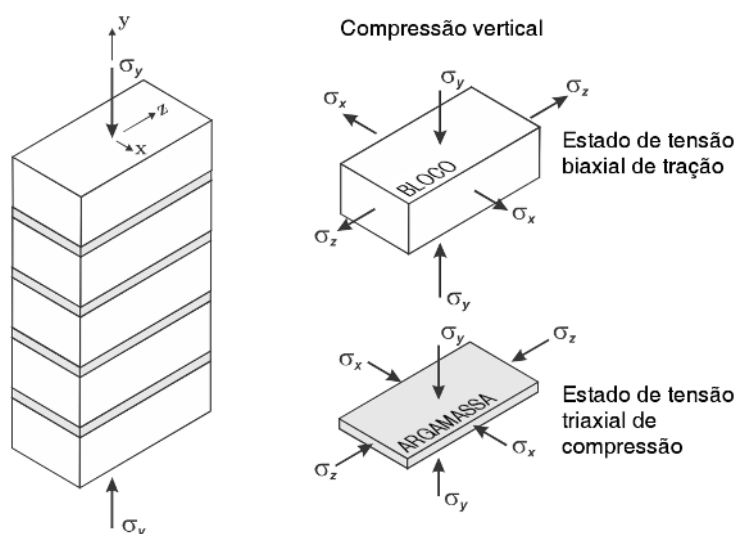


Figura 2.2: Estado triaxial de tensões na interface entre bloco e argamassa, onde σ_x , σ_y e σ_z representam as tensões na direção x , y e z , respetivamente (adaptado de [137])

elementares [48].

A relação entre a tensão e o alongamento do provete pode ser obtida por ensaios de tração. Uma curva típica é ilustrada na Figura 2.3 (b). Nesta é possível observar o gradual decréscimo de resistência sob progressiva deformação, designado por amolecimento, depois de atingida a tensão máxima. A determinação da resistência de adesão à tração pode também ser obtida por testes de resistência à flexão. Contudo, segundo Oliveira [112], os ensaios de flexão medem a resistência de adesão no bordo da junta, podendo não ser representativo da resistência à tração na totalidade da junta.

2.5 Comportamento da alvenaria sob estados de tensão biaxiais

Devido à anisotropia das unidades e à existência de juntas, que constituem superfícies de debilidade do material, as alvenarias são materiais que apresentam um comportamento mecânico diferenciado consoante a direção das solicitações. As formas de rotura por compressão e corte da alvenaria são do tipo quasi-frágil, estando associado a um padrão de fendilhação que depende da relação entre as tensões principais atuantes e a sua orientação [25].

A determinação da tensão máxima de corte baseia-se na decomposição do estado biaxial de tensões, que acontece devido às cargas atuantes, originando tensões axiais que atuam em simultâneo com a tensão de corte. Assim, para níveis de tensão normal de compressão moderados, a tensão tangencial máxima em juntas argamassadas, ou secas, pode ser traduzida pela lei de Mohr-Coulomb, que

representa uma relação linear entre a tensão tangencial e a tensão normal de compressão:

$$\tau = c + \sigma \tan \phi \quad (2.1)$$

em que c representa a tensão residual de corte, ou coesão, ϕ o ângulo de atrito interno da junta, σ a tensão normal de compressão e τ a tensão tangencial máxima admissível. Para juntas secas o valor da coesão é naturalmente nulo. De notar que para valores elevados da tensão normal de compressão na junta, o critério de rotura de Mohr-Coulomb deixa de ser válido, passando a rotura a incluir o esmagamento das unidades e/ou da argamassa.

Para ensaios ao corte com uma dada tensão de confinamento, a relação entre a tensão de corte e o deslocamento tangencial, pode ser observada na Figura 2.3 (c). Os modos de rotura associados ao ensaio ao corte, são determinados pela resistência da adesão na interface da unidade-argamassa e pela resistência ao corte da argamassa em relação à tensão tangencial sob confinamento.

Os valores de coesão e ângulo de atrito que definem a interface, podem variar consideravelmente de acordo com as diferentes combinações entre unidade e argamassa [130]. De acordo com Lourenço et al. [100], o valor do coeficiente de atrito ($\tan \phi$), varia geralmente entre 0,7 e 1,2 (35° a 50°) dependendo dos materiais utilizados. Já Pluijm [121], sugere um intervalo de valores mais amplo para o ângulo de atrito da junta (ϕ), entre 30° a 50° . Para o parâmetro da coesão (c), os valores publicados variam entre 0,1 e 1,8 N/mm² [59, 97, 121]. O Eurocódigo 6 [64], também sugere valores para estes parâmetros, propondo um valor constante para o coeficiente de atrito da junta de 0,4 e fornece uma tabela que providencia valores de coesão para diferentes combinações de unidade-argamassa. A BS 5628-3 [26], propõe um valor constante para o coeficiente de atrito da junta de 0,6 e um intervalo de valores de coesão entre 0,35 a 1,75 N/mm². Outra característica das juntas de alvenaria é o chamado ângulo de dilatância (ψ), que mede a capacidade de um material variar de volume quando sujeito a uma tensão de corte. Este é positivo, mas tende para zero com o aumento da tensão de confinamento [121].

Considerando a Figura 2.3, que representa diagramas tensão-deslocamento em ensaios de compressão, tração e corte de espécimes de alvenaria, é possível distinguir o conjunto de parâmetros representativos do comportamento da alvenaria: a rigidez elástica, a tensão de pico e a energia de fratura que caracteriza a curva de amolecimento. O amolecimento é uma característica fundamental dos materiais quasi-frágeis como o betão, as argamassas, os tijolos cerâmicos, a pedra e a rocha. Assim, atingida a tensão máxima torna-se necessário estabelecer uma lei de evolução da abertura da fenda, a qual pode ser conseguida através do conceito de energia de fratura. A energia de fratura define a quantidade de energia requerida para propagar uma fenda de superfície unitária, sendo representada pela área limitada pelas curvas tensão-deslocamento representadas na Figura 2.3, onde G_c representa a energia

de fratura de compressão, G_f a energia de fratura em modo de tração direta e G_f^{II} a energia de fratura em corte puro.

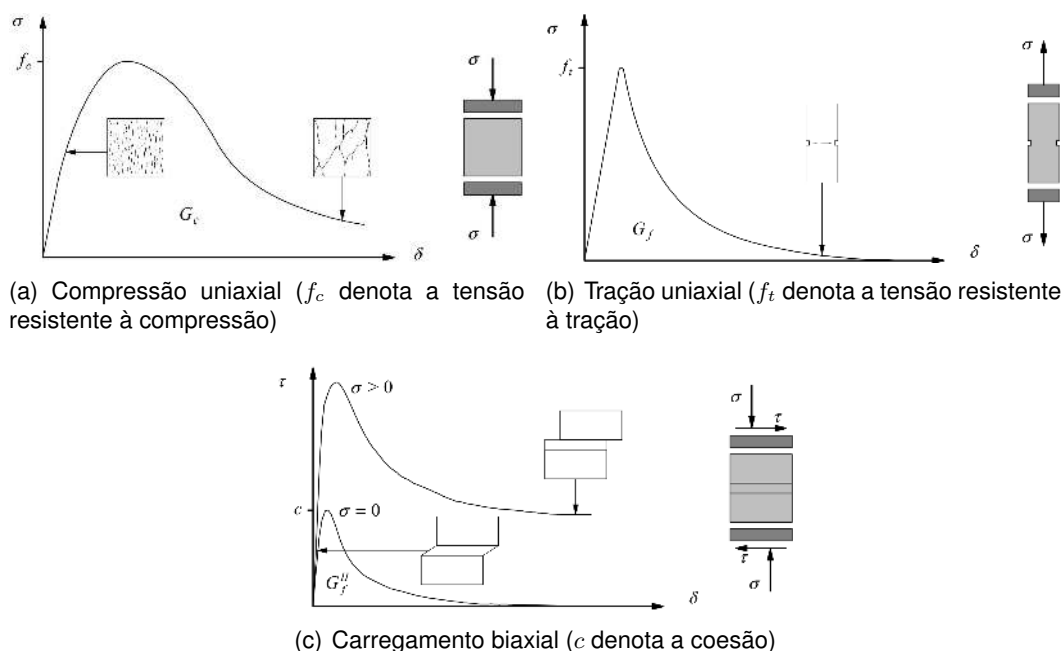


Figura 2.3: Comportamentos típicos de espécimes de alvenaria [94]

Pode-se assim afirmar que as propriedades da alvenaria são dependentes das características dos seus componentes. Como refere o Eurocódigo 6, a resistência à compressão da alvenaria é função das resistências das juntas argamassadas e das unidades. Por outro lado, as características da interface de ligação unidade-argamassa, que constitui o elo mais fraco da alvenaria, condicionam a resposta não linear da alvenaria. Em geral, a resposta da alvenaria, submetida a esforços normais e tangenciais (no plano), onde as tensões normais de compressão não são suficientemente significativas para fissurar ou mesmo esmagar a alvenaria, pode ser melhor descrita pela lei constitutiva baseada na teoria de Mohr-Coulomb.

Capítulo 3

Soluções de reforço em arcos de alvenaria

O presente capítulo pretende identificar alguns dos modos de colapso em arcos de volta perfeita e fazer uma breve revisão do seu comportamento estrutural. De seguida far-se-á referência a diversas técnicas de intervenção, no domínio da reabilitação e/ou reforço, com potencial aplicação em arcos antigos em alvenaria de pedra. Conclui-se este capítulo com a apresentação e descrição das duas técnicas de reforço utilizadas no caso de estudo e ilustrações das respetivas técnicas em casos reais.

3.1 Introdução

O crescente interesse nas últimas décadas pelo trabalho de restauração de edifícios históricos existentes, a disponibilidade de novas ferramentas de diagnóstico e o maior foco na segurança estrutural relacionada com as ações sísmicas, exigiram um estudo mais profundo das teorias e métodos de intervenção em estruturas arqueadas. As ações sísmicas são frequentemente as ações mais gravosas que atuam numa construção, não só devido à grandeza das forças envolvidas mas especialmente porque, muitas vezes, as estruturas de alvenaria não foram projetadas para ter em conta a presença das forças horizontais.

As técnicas de reforço em construções passam essencialmente por duas metodologias de intervenção: atuação ao nível global da estrutura e/ou intervenção ao nível dos elementos estruturais. Estes elementos podem ser reabilitados usando diferentes técnicas, que deverão ser fáceis de implementar e económicas, devendo ser escolhidas em função do objetivo a atingir. No caso de reforço sísmico, esse objetivo pretende melhorar o comportamento estrutural de modo a proporcionar melhores capacidades dissipativas, conferindo um aumento da ductilidade.

Note-se ainda que, intervir em construções para prevenir ou evitar os danos e o colapso na sequência de eventos sísmicos, deve envolver uma atitude

de compromisso entre a preservação do edificado existente e o reforço para assegurar as exigências de segurança aos sismos.

3.2 Comportamento estrutural e modos de colapso

Uma estrutura de alvenaria em arco é mantida em compressão enquanto a linha de pressões se mantiver dentro do núcleo central. Quando, numa dada secção, a linha de pressões se desloca para fora do núcleo central, admitindo que a alvenaria possui fraca resistência à tração, ocorre a formação e abertura de uma fissura nessa secção. Neste caso, a segurança é mantida enquanto a linha de pressões se mantiver dentro da espessura do arco [113].

Assim, o desenvolvimento da fissura conduz à formação de uma rótula plástica na face comprimida do arco. Contudo, na maioria dos casos, não é provável que ocorra o esmagamento da alvenaria. Logo, a formação de sucessivas rótulas plásticas conduz ao desenvolvimento de um mecanismo que causa o colapso do arco. De acordo com Heyman [61], isto significa que um arco de alvenaria não reforçado colapsa essencialmente pela ocorrência de rótulas plásticas em número suficiente para formar um mecanismo. Na Figura 3.1 ilustram-se os mecanismos de colapso de um arco de alvenaria quando submetidos a um carregamento no plano da estrutura. O mecanismo (a) de quatro rótulas, é típico de um arco de alvenaria carregado assimetricamente, já o mecanismo (b) é irrealista pois as cargas e estruturas reais dificilmente apresentam características totalmente simétricas, sucedendo frequentemente o colapso através do mecanismo (a). Os mecanismos (c) e (d) verificam-se aquando de deslocamentos nos apoios, onde o mecanismo (d) pode ocorrer no caso de um movimento lateral do solo ou o colapso de uma estrutura lateral no caso de arcos contíguos.

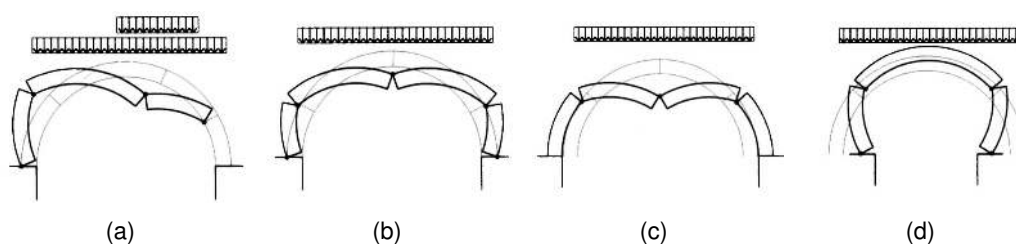


Figura 3.1: Mecanismo de colapso de um arco de volta perfeita em alvenaria [47]

3.3 Soluções de reforço

As técnicas de reforço em estruturas arqueadas têm sofrido uma grande evolução ao longo dos últimos anos, principalmente devido à crescente necessidade de reforço das estruturas históricas. Esta necessidade deve-se muitas vezes ao comportamento quasi-frágil das alvenarias em que as deformações provocam

fissuração que, quando não controlada, pode levar ao colapso da estrutura. Estas deformações podem resultar das seguintes causas:

- Fluência nas argamassas;
- Mudanças de temperatura (os movimentos devido às variações de temperatura dependem do coeficiente de expansão do material e do intervalo de temperatura experimentado pelo elemento de construção);
- Movimentos dos apoios;
- Aumento das cargas atuantes (e.g. colapso da cobertura sobre a abóbada, água no intradorso, aumento do volume de tráfego em pontes arqueadas);
- Reações químicas nos materiais (ataque químico na argamassa ou corrosão do aço embutido);
- Fatores acidentais.

Deste modo, uma intervenção de reparação/reforço eficiente deverá ser capaz de restabelecer o desempenho deste tipo de estruturas, aumentar a sua capacidade de carga e prevenir o seu colapso quasi-frágil [113].

Após a análise das diversas anomalias e das suas causas é imperativo proceder-se a uma intervenção adequada, recorrendo para isso, a técnicas de consolidação com o objetivo de repor a capacidade resistente inicial, ou proceder a técnicas de reforço cuja função é a de aumentar a capacidade de carga ou a limitação da deformação da estrutura. As técnicas de reforço devem ser pouco intrusivas e cumprir os seguintes critérios: eficácia, compatibilidade, durabilidade e reversibilidade.

Muitas das técnicas antigas ainda estão em uso, tal como a desmontagem e remontagem com possível substituição dos materiais originais por outros, com melhores propriedades mecânicas. Contudo, actualmente existem várias intervenções possíveis que podem ser adotadas para evitar a formação de rótulas plásticas em estruturas arqueadas, como por exemplo, a aplicação de CFRP (polímeros reforçados com fibra de carbono) ou GFRP (polímeros reforçados com fibra de vidro) no intradorso ou extradorso ou o tradicional encamisamento, com lâmina de betão armado no extradorso. Este tipo de soluções de reforço, embora sejam sistemas estruturalmente eficientes, em muitos casos parecem bastante invasivos, não reversíveis e passivos. Além disso, na presença de superfícies pintadas, a cobertura completa do extradorso de abóbadas ou cúpulas, por meio de camadas de betão armado ou materiais não compatíveis, pode danificar os frescos, pois dificulta a sua respiração [76].

A presente dissertação, tem como objeto de estudo um arco de volta perfeita em alvenaria de pedra, com 2,0 m de vão e altura aproximada de 4,5 m. O modelo numérico tridimensional é apresentado na Figura 5.2, que mostra a disposição dos blocos de pedra e as suas dimensões principais. Ao modelo foram implementadas duas soluções de reforço, sendo estas descritas de seguida.

3.3.1 Reforço com tirantes

A técnica de reforço com tirantes em arcos consiste na introdução de cabos ou barras ao nível do arranque do arco, atravessando o vão entre apoios (ver Figura 3.2). A aplicação de tirantes na estabilização de arcos ou abóbadas é uma prática antiga, talvez seja mesmo a solução mais frequentemente adotada no passado, em diferentes épocas e culturas [126]. Esta solução permite a estabilização de arcos ou abóbadas, cujos impulsos horizontais provocam a abertura dos seus apoios.

Nos edifícios históricos de alvenaria, os tirantes contribuem para garantir uma conexão eficiente entre as partes constituintes da estrutura. Em particular, em arcos e abóbadas, tais elementos desempenham um papel decisivo no controle de impulsos horizontais produzidos por cargas permanentes e sísmicas, permitindo também contrariar a deformabilidade de paredes ou colunas sob a ação de tais impulsos. Quando as colunas sobre os quais os arcos se apoiam são esbeltas, esta técnica de reforço permite também assegurar a estabilidade do arco quando sujeito a grandes cargas de compressão [142].

Segundo Calderini et al. [29] esta técnica de reforço contribui para o equilíbrio estrutural, impedindo a abertura do arco e inibindo a formação de mecanismos típicos de colapso, apresentados nas Figuras 3.1 (a) e (b). O objetivo de tal solução é aumentar a capacidade de deslocamento e dissipação do sistema arco-pilar-tirante sob ações dinâmicas.

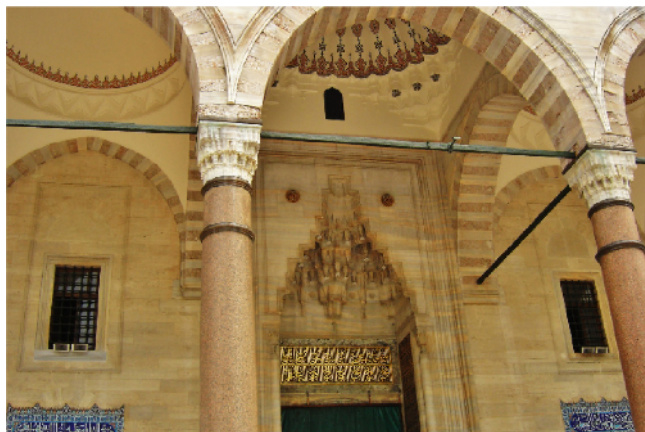
Além do referido, a melhoria do comportamento mecânico dos arcos, reflete-se na consolidação global da estrutura, com funcionamento monolítico, maior ductilidade e resistência. Esta é uma técnica de carácter reversível, sendo especialmente importante para zonas sísmicas, pois não introduz aumentos significativos de massa. A sua análise e efeitos, em estruturas antigas, são análogos aos das novas conceções.

Por estas razões, ainda hoje os tirantes são amplamente utilizados como técnica fidedigna para o reforço de estruturas arqueadas em alvenaria, sendo esta uma técnica amplamente difundida. Como exemplo, a Figura 3.2 (a) mostra o uso de tirantes na famosa Mesquita de Solimão em Istambul, Turquia, mandada construir pelo sultão Solimão I no século XV.

Na Figura 3.2 (b) é visível o arco de Galiano reforçado com dois tirantes. O arco é uma das entradas da antiga muralha Serviana, construída para proteger a antiga cidade de Roma. A aplicação dos tirantes, pode ter um impacto visual significativo. No entanto, a tradição da sua presença em muitos edifícios históricos tornou-se familiar, pelo que são mais facilmente aceites. Já a Grande Mesquita de Cairuão, finalizada no século IX, é uma das principais mesquitas da Tunísia. Na Figura 3.2 (c) é visível o reforço de uma das suas galerias com tirantes em madeira.

Por fim, a Figura 3.2 (d) mostra os tirantes de ferro usados na Cisterna da Basílica,

a maior das cisternas construídas em Istambul na época bizantina, tendo sido mandada construir pelo imperador bizantino Justiniano I no século VI. Materiais como a madeira ou ferro, foram amplamente utilizados na maioria das mesquitas construídas no período Otomano [142].



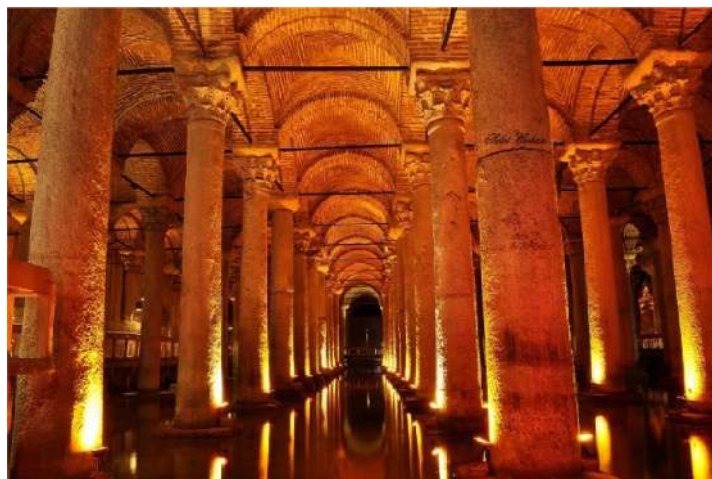
(a) Mesquita de Solimão em Istambul



(b) Arco de Galiano em Roma



(c) Galeria na Grande Mesquita de Cairuão



(d) Cisterna da Basílica em Istambul

Figura 3.2: Exemplos do uso de tirantes em estruturas históricas [1, 3, 142]

3.3.2 O Método do Arco Reforçado

O Método do Arco Reforçado¹ (RAM) é uma técnica de reforço bastante recente, desenvolvida pelo Prof. Lorenzo Jurina, baseada na aplicação de cabos de aço pós-tensionados no extradorso ou intradorso de arcos e abóbadas de alvenaria [73]. Este consiste na colocação de cabos de aço de alta resistência, efetuando posteriormente o seu esticamento, de forma a introduzir na estrutura um novo sistema de forças (Figura 3.3).

¹No original: Reinforced Arch Method

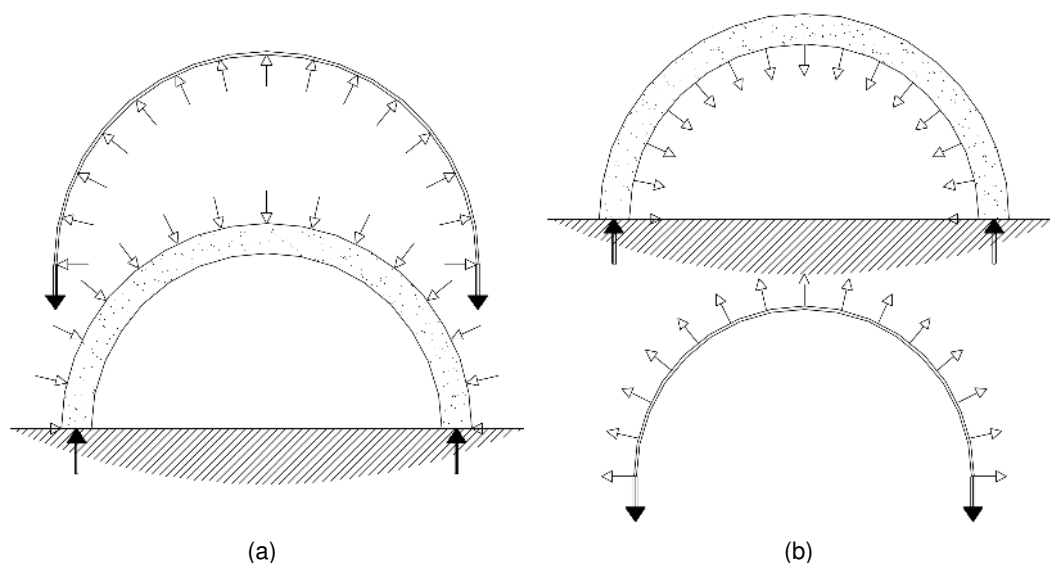


Figura 3.3: Forças de interação entre o cabo (em tensão) e o arco (em compressão) quando um cabo pós-tensionado é colocado no (a) extradorso ou (b) intradorso (adaptado de [71])

Esta técnica melhora a resposta da estrutura, uma vez que:

- Fornece resistência à tração num dos lados da estrutura (conforme a introdução do cabo seja pelo interior ou exterior do arco), de modo a impedir a formação de rótulas plásticas e subsequentemente a formação de mecanismos de colapso;
- Aplica um estado adicional de compressão uniforme entre os blocos, capaz de recentrar a linha de pressões e, conseqüentemente aumentar o coeficiente de segurança geométrico² do arco ou da abóbada;
- Melhora a resistência ao escorregamento entre blocos, devido ao incremento de compressão entre os blocos.

Todos estes aspetos têm demonstrado, através de testes experimentais (Jurina [71, 73, 74, 75, 76] e Jurina et al. [77]), cálculos numéricos (Jurina [18, 75] e Bonetto [24]) e intervenções em estruturas reais (Jurina [72, 75, 76]), que esta solução de reforço é adequado para a consolidação de estruturas históricas de alvenaria. De facto, com a aplicação da técnica RAM é possível obter, não apenas um aumento significativo da capacidade resistente dos arcos reforçados, e subsequentemente uma melhoria do seu comportamento sísmico, mas também uma melhoria do comportamento das estruturas em situação corrente de serviço, ao nível do controle de deformação e fendilhação. Em comparação com outros sistemas tradicionais de reforço (como o encamisamento com lâmina superior de

²O coeficiente de segurança geométrico é uma medida da capacidade resistente real da estrutura quando submetida a uma determinada ação, sendo este coeficiente uma relação entre a espessura real do arco e a espessura mínima admissível [60].

betão armado) os arcos reforçados com RAM mostram maior ductilidade e menor deformação inelástica residual, quando descarregados [75, 76].

A solução RAM funciona como um técnica de reforço ativa. A pós-tensão aplicada aos cabos, induz um estado compressivo adicional à alvenaria, capaz de proporcionar um efeito de confinamento desde o início, sem ser necessário esperar qualquer deslocamento adicional da estrutura carregada para a solução ser ativada. Se considerarmos um arco de volta perfeita, os cabos pós-tensionados aplicam uma distribuição de forças radiais em toda a superfície do arco. Estas forças são constantes ao longo deste e dependem do raio do arco (Figura 3.3).

Na Figura 3.4 são apresentadas algumas aplicações deste método. Observa-se que, para arcos e abóbadas, a aplicação dos cabos de pré-esforço pode fazer-se tanto pelo extradorso como pelo intradorso:

- (a) O primeiro caso é o mais comumente utilizado, uma vez que o seu impacto visual é menor. Aplica-se geralmente quando a parte visível da estrutura arqueada é o interior (intradorso), e.g., pontes arqueadas de alvenaria (Figura 3.6), arcos e abóbadas de estruturas em alvenaria (Figura 3.7, 3.8 e 3.9), cúpulas, entre outros. Muitas das vezes, a carga é transferida por simples contacto, existindo situações onde os cabos não estão em contacto direto com a alvenaria, especialmente quando as tensões introduzidas nos cabos são elevadas. Assim, uma camada de argamassa reforçada com fibras, cunhas de madeira ou outros dispositivos, podem ser aplicados para aumentar a área de contacto e permitir uma melhor distribuição das forças de confinamento.
- (b) O segundo caso é geralmente aplicado quando o extradorso da estrutura arqueada não é acessível, ou quando a colocação dos cabos pelo extradorso é complexa e evasiva para o resto da estrutura (e.g. arco ou abóbada com enchimento no extradorso). Neste caso, em que os cabos são colocados pelo intradorso (ver Figura 3.5), é necessário o uso de dispositivos de conexão para transferir as cargas radiais para a estrutura. A Figura 3.5 (b), mostra uma pequena polia fixada na alvenaria, para permitir que o cabo deslize.

Esta técnica permite o deslizamento entre os cabos de aço e a estrutura, nos quais a força de tração é constante, permitindo uma redistribuição das forças entre o reforço e a estrutura, durante a atuação de cargas externas. Ou seja, a distribuição das forças estabilizadoras radiais, exercidas pelos cabos no arco, mudam durante a atuação destas cargas, melhorando a resposta do arco. De notar que, a presença de esforços de corte, deve-se apenas ao atrito mobilizado entre os cabos e a alvenaria. Assim, esta *ausência* de ligação entre os cabos e a estrutura, apresenta uma clara vantagem em relação ao reforço dos arcos através de fibras coladas superficialmente, onde a forma curva dos arcos origina tensões com componente perpendicular às fibras, que podem conduzir à sua separação da alvenaria [24].

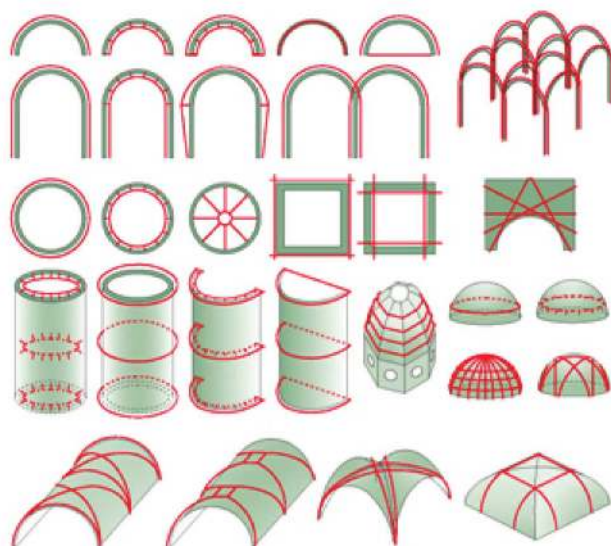


Figura 3.4: Várias aplicações possíveis do Método do Arco Reforçado [76]



(a) Arco reforçado no intradorso



(b) Dispositivos de conexão

Figura 3.5: Aplicação do Método do Arco Reforçado no intradorso num dos arcos do Convento de San Cristoforo em Lodi, Itália [76]

Uma das principais características do RAM é a sua notável reversibilidade, bem como o facto das intervenções para aplicação desta técnica serem pouco invasivas. De facto, todos os dispositivos de aço podem ser desmontados com relativa facilidade, trazendo novamente o arco às suas condições originais. Além disso, os dispositivos de aço podem ser facilmente substituídos em caso de danos ou substituídos por outros melhores em caso de melhoria da tecnologia disponível. Este método possibilita também calibrar novamente a força de pré-esforço no cabo, em caso de perda de tensão, ou quando as condições da estrutura o exigirem. Estas características tornam esta técnica particularmente adequada para uma possível abordagem faseada da intervenção, pois possibilita o ajuste da tensão nos cabos através da averiguação da resposta da estrutura através de medições diretas ou de sistemas de monitorização.

No caso de arcos e abóbadas relativamente pequenos, as extremidade dos cabos podem ser ancoradas através de barras de aço fixas na alvenaria (ver Figura 3.9 (b)), ou no caso de pontes em arco, as extremidade dos cabos podem ser fixas por meio de micro-estacas. De notar ainda que, muitas das vezes, o arco não é composto apenas pela sua parte curva, mas também pelos dois pilares ou colunas (encontros). Segundo Jurina [18] a aplicação do reforço apenas na parte curva pode, até, ser prejudicial nos caso em que as colunas não são estabilizadas por tirantes, contrafortes, arcobotantes, enchimento do extradorso ou por uma forte compressão exercida pelos pisos superiores. Nestes casos, é essencial estender os cabos de reforço até à base das colunas, consolidando assim todo o sistema.

Seguem-se quatro exemplos da aplicação deste método em obras de reforço. O primeiro exemplo é uma ponte pedonal do século XIV em Sogliano al Rubicone, em Itália. Esta ponte romana pôde manter a sua segurança, durante as últimas décadas, somente graças a um andaime temporário de proteção de aço (ver Figura 3.6 (a)). A fim de restabelecer a possibilidade de acesso e uso do público, foi desenvolvido um trabalho de reforço. Foi aplicado o RAM. Três cabos de aço inoxidável foram colocados no extradorso da ponte, ancorados no firme por meio de micro-estacas e então encurtados. A pós-tensão nos cabos induziu um efeito benéfico de compressão no arco, fechando as fissuras e compactando as pedras da ponte. Graças a esta intervenção, a capacidade de carga da ponte foi aumentada, não apenas à ação das cargas gravíticas, mas também das cargas horizontais. Uma melhoria do comportamento sísmico da ponte foi assim obtida.

As Figuras 3.7, 3.8 e 3.9 ilustram três intervenções com recurso à técnica RAM em abóbadas, onde em todos os casos, os cabos de aço foram colocados no extradorso da estrutura arqueada. Neste primeiro caso (referente à Figura 3.7) procedeu-se ao reforço das abóbadas da Casa Giacobbe em Magenta, Itália, onde os cabos foram colocados em tensão com recurso a esticadores. Já no exemplo relativo à Figura 3.8, procedeu-se ao reforço das abóbada de berço no Mosteiro dos Olivetani em Nerviano, Itália. Esta intervenção tem como particularidade o método adotado para pós-tensionar os cabos, recorrendo-se a calços de madeira para o efeito, como é visível na Figura 3.8 (b).



(a) Antes da intervenção



(b) Depois da intervenção



(c) Posicionamento dos cabos no extradorso



(d) Intervenções de consolidação na ponte

Figura 3.6: A ponte de alvenaria de Sogliano al Rubicone, antes e depois da consolidação com o Método do Arco Reforçado [75]

No quarto e último exemplo, a abóbada com 4,50 m de vão, da Galeria dos Poetas no Castelo de Masino em Caravino, Itália é reforçada com a colocação de nove cabos de aço inoxidável de 14 mm de diâmetro ao longo do seu extradorso. Estes são ancorados a barras de aço nas paredes laterais como ilustrado na Figura 3.9 (b). Foram também coladas tiras de FRP no extradorso, onde uma fina camada de argamassa foi interposta para regularizar a superfície (ver Figura 3.9 (a)).



(a) Consolidação das abóbadas através da técnica RAM



(b) Cabos tensionados pelos esticadores na extremidade

Figura 3.7: Intervenção na Casa Giacobbe em Magenta. As abóbadas de aresta foram reforçadas com o Método do Arco Reforçado [72]



(a) Colocação dos cabos no extradorso



(b) Uso de calços de madeira

Figura 3.8: Intervenção no Mosteiro dos Olivetani em Nerviano. Reforço pelo extradorso das abóbadas [72]



(a) Cabos ao longo da abóbada



(b) Fixação dos cabos à barra de aço lateral

Figura 3.9: Intervenção no Castelo de Masino em Caravino. Abóbada da Galeria dos Poetas reforçada pelo extradorso com a técnica RAM e tiras de FRP [74]

Capítulo 4

Modelação numérica de estruturas em alvenaria

Neste capítulo, são apresentadas as metodologias numéricas mais correntes na modelação de estruturas em alvenaria. Seguidamente, é feita uma revisão do método dos elementos discretos (MED) e da sua implementação no programa comercial 3 Dimensional Distinct Element Code (3DEC) [66], enfatizando os recursos que o tornam adequado para análise de alvenarias.

4.1 Introdução

A alvenaria é o material de construção mais antigo que, nos dias de hoje, ainda tem uma utilização generalizada na construção civil. Nas últimas dezenas de anos ocorreram desenvolvimentos nos materiais e técnicas utilizadas, mas o processo de colocar os blocos ou tijolos uns sobre os outros é essencialmente o mesmo de à mais de dez mil anos atrás [95]. Apesar da sua simplicidade de construção, o comportamento mecânico de alvenaria permanece um desafio.

As novas aplicações de estruturas em alvenaria e as metodologias modernas de reabilitação e conservação de estruturas históricas requerem análises estruturais cada vez mais minuciosas, o que torna necessário o desenvolvimento de modelos numéricos capazes de prever eficazmente o comportamento deste tipo de estruturas. Contudo, as características constitutivas dos materiais que constituem as alvenarias, que se traduzem numa razoável resistência das alvenarias à compressão e numa baixa resistência a tensões de tração, a anisotropia do seu comportamento e a presença de superfícies de descontinuidade, tornam a modelação numérica de estruturas de alvenaria uma tarefa complexa.

Os modelos conceptuais e os métodos de análise aplicados habitualmente no projeto de estruturas modernas de aço ou betão não são adequados para construções antigas de alvenaria de pedra [86], essencialmente devido às descontinuidades que este tipo de estruturas apresentam, que lhes confere um comportamento mecânico que se afasta das hipóteses usuais de continuidade e linearidade a partir de cargas relativamente baixas, e as torna manifestamente

vulneráveis a ações sísmicas.

Atualmente, para a análise do comportamento de estruturas históricas existem vários métodos e ferramentas computacionais, que se apoiam em diferentes teorias e estratégias, resultando, em distintos níveis de complexidade, diferentes tempos de cálculo e custos [136]. A opção por um dos métodos depende principalmente dos objetivos do estudo, do tipo de análise pretendido, do *know-how* do analista, do tipo e qualidade de informação mecânica e geométrica disponível e das capacidades computacionais disponíveis, tendo sempre em mente que análises mais complexas não são necessariamente sinónimo de melhores resultados. Em certas situações, análises menos sofisticadas revelam-se mais adequadas, e noutras, poderá ser aconselhável para uma mesma estrutura efetuar várias modelações com diferentes graus de refinamento.

Os modelos numéricos, que resultam da implementação computacional de um dado modelo conceptual, são instrumentos poderosos de análise estrutural, uma vez validados face ao conhecimento experimental. Estes permitem, nomeadamente, testar hipóteses sobre o funcionamento de uma estrutura, estimar a influência dos vários fatores na sua segurança e comparar o desempenho de estratégias alternativas de intervenção.

4.2 Desafios na modelação da alvenaria

A investigação científica é uma ferramenta necessária para melhor entender o comportamento complexo, exibido pelas construções em alvenaria. Como a investigação experimental é dispendiosa, é fundamental ter um modelo computacional que possa ser usado para prever o comportamento destas estruturas, com suficiente fiabilidade. Uma vez estabelecido, esse modelo pode ser usado para investigar uma série de problemas complexos e cenários que, de outra forma, não seriam possíveis de analisar [129]. Silva et al. [136] conclui que na análise deste tipo de estruturas, são colocados importantes desafios que se prendem com:

- A complexidade da sua geometria e pormenores construtivos;
- A variabilidade das propriedades dos materiais que as compõem;
- O desconhecimento das técnicas de construção usadas;
- A ausência de conhecimento das patologias induzidas ao longo do tempo e de códigos que permitam a utilização de regras e padrões.

Este tipo de estruturas não pode ser reduzido a um esquema estrutural normalizado, estando associado a características físicas e mecânicas de grande variabilidade e incerteza. Assim sendo, uma das maiores dificuldades encontradas quando se pretende efetuar a simulação numérica destas estruturas é a caracterização detalhada das propriedades dos materiais que as compõem

pois, na maior parte das vezes trata-se de materiais heterogêneos por natureza.

Existem, hoje em dia, vários recursos disponíveis para o estudo experimental do comportamento mecânico da alvenaria, nomeadamente, ensaios laboratoriais adequados e testes *in situ*. Quanto aos ensaios experimentais realizados em laboratório, para além das dificuldades inerentes, que existem sempre na aferição das características com base em ensaios normalizados, existe ainda um grande escassez e dispersão dos resultados. Relativamente aos testes *in situ*, apesar da interpretação dos seus resultados se encontrar normalizada, o seu uso depende em grande parte do bom senso e experiência dos utilizadores, uma vez que, a maioria desta informação obtida é de carácter qualitativo e serve apenas como base de comparação. Consequentemente, não existe atualmente, uma base de dados experimentais, que caracterize os materiais de construção antigos, que identifique os correspondentes parâmetros que definem os modelos numéricos, nomeadamente, energias de fratura, resistências à compressão e tração, módulos de elasticidade e ângulos de atrito, e que sirva de suporte ao desenvolvimento e calibração de ferramentas numéricas [99].

4.3 Estratégias na modelação da alvenaria

Primeiramente as estruturas começaram a ser dimensionadas recorrendo a simples regras empíricas baseadas na experiência dos trabalhadores. Este método apesar de bastante rudimentar foi usado na construção de estruturas imponentes, como pontes, catedrais e palácios, que hoje em dia representam uma importante parte do património mundial. Posteriormente, começaram a ser usados gráficos estáticos, um método bastantes simples, que permite resolver graficamente problemas estruturais [98]. Mais tarde começaram a ser utilizados métodos baseados no conceito de análise limite. Estes métodos assumem que uma estrutura está em colapso e compara o estado de colapso com o estado real, definindo assim a sua segurança estrutural [136].

Apenas recentemente, devido à crescente capacidade de resolução de problemas numéricos dos computadores, tornou-se possível simular a resposta de materiais, como a alvenaria, considerando a não linearidade do seu comportamento. Diversos métodos, tais como o método dos elementos finitos (MEF), ou o método dos elementos discretos foram então implementados.

Atualmente, no estudo de estruturas da alvenaria é habitual distinguir entre os macro-modelos, baseados em idealizações de meio contínuo equivalente, e os micro-modelos, ou modelos descontínuos, em que as descontinuidades estruturais são explicitamente representadas [99]. Os modelos de elementos discretos incluem-se naturalmente nesta última categoria.

De acordo com Lourenço [94] dependendo do nível de precisão e simplicidade exigida, podem ser usadas as estratégias de modelação, resumidas na Figura 4.1:

- Micro-modelação detalhada – as unidades e a argamassa são representadas por elementos contínuos separados por juntas de interface. As propriedades dos elementos são definidas individualmente na alvenaria sendo os elementos ligados entre si por superfícies de contacto;
- Micro-modelação simplificada – as unidades são expandidas e modeladas com elementos contínuos e as juntas são condensadas em elementos descontínuos de espessura nula (onde se concentram as propriedades mecânicas da argamassa e da interface unidade-argamassa);
- Macro-modelação – as unidades, as juntas e as interfaces unidade-argamassa são modeladas em conjunto como um material contínuo e homogêneo.

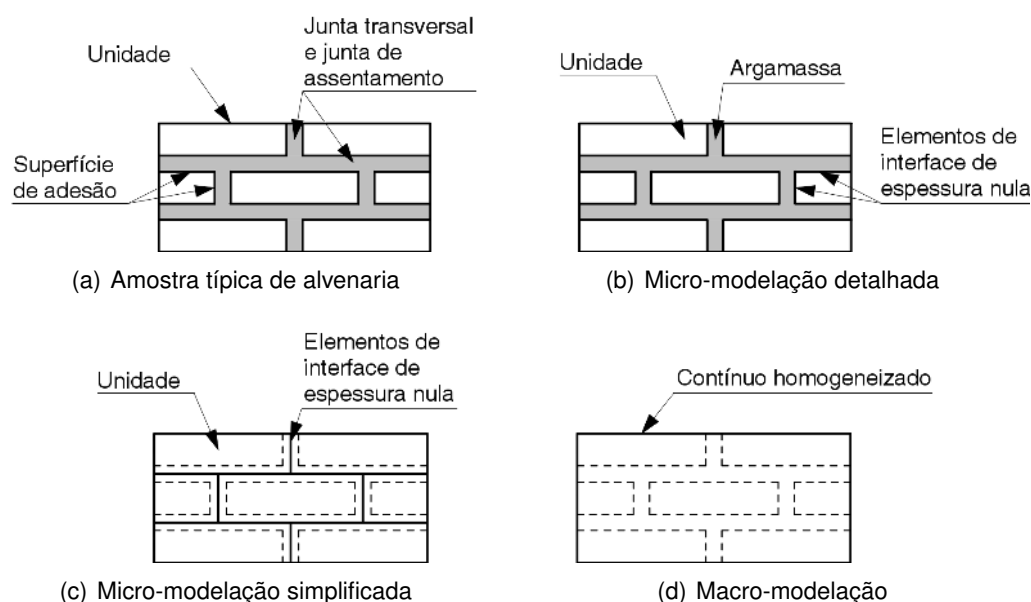


Figura 4.1: Estratégias de modelação para estruturas de alvenaria (adaptado de [94])

A micro-modelação detalhada é provavelmente a ferramenta mais precisa disponível hoje para simular o comportamento real da alvenaria, uma vez que as propriedades elásticas e inelásticas das unidades e das juntas podem ser consideradas de forma realista. Com este método, uma lei constitutiva adequada é introduzida para reproduzir não apenas o comportamento das unidades de alvenaria e juntas, mas também da sua interação [129]. Este tipo de modelação ao nível micro tem um maior grau de precisão, no entanto, é inevitavelmente acompanhado por um aumento no tempo e meios de cálculo, o que torna esta estratégia de modelação inviável no estudo corrente de estruturas reais. É um tipo de modelação indicado para o estudo de zonas localizadas onde se pretendam estudar efeitos locais e onde exista o conhecimento detalhado da geometria dos elementos constituintes [136].

A desvantagem do grande esforço computacional exigido pela micro-modelação detalhada é parcialmente superada pela estratégia de micro-modelação simplificada. Existem autores que optam por esta estratégia, caracterizada pela combinação ou omissão de certos constituintes, permitindo diminuir drasticamente o tempo de cálculo sem grande perda de precisão. Um exemplo de simplificação usada é a consideração das juntas, constituídas por argamassa e superfícies de interfaces, como sendo um único material, com características equivalentes aos seus componentes individuais, onde os blocos são elementos contínuos que se *expandem geometricamente* de forma a ocupar o espaço ocupado pelas juntas, mantendo a geometria global inalterada.

A micro-modelação é adequada para a análise de elementos estruturais com estados fortemente heterogêneos de tensão e deformação. O objetivo principal é representar de perto a alvenaria baseada no conhecimento das propriedades de cada constituinte e da sua interface. A micro-modelação simplificada fornece uma melhor compreensão do comportamento a nível local, o início de fissuras pode ser localizado e a propagação destas até ao colapso pode ser investigada. Além disso, os mecanismos de rotura mais observados em alvenaria podem ser simulados realisticamente com reduzido dispêndio de tempo e capacidade de cálculo [99, 124].

Outra possível abordagem é a macro-modelação, onde não há distinção entre as unidades de alvenaria e as juntas, admitindo-se que a alvenaria é um material anisotrópico contínuo, sendo estabelecida uma relação entre extensões e tensões médias da alvenaria [96]. Tais relações são obtidas adotando um ponto de vista fenomenológico ou usando técnicas de homogeneização. Em termos de aplicabilidade, trata-se de um tipo de modelação claramente indicada quando fatores como o tempo, simplicidade de modelação e capacidade de cálculo são determinantes. É uma estratégia de modelação orientada para o uso corrente na análise de estruturas reais (em grande escala) e quando existe uma necessidade de manter um equilíbrio entre precisão e rapidez/eficiência [99], não sendo apropriado para estudos detalhados e para captação de mecanismos de rotura [94].

4.4 Métodos de análise numérica em estruturas de alvenaria

Em seguida são apresentados os métodos de análise aplicados hoje em dia ao estudo de estruturas de alvenaria. São sobretudo o método da análise limite (método plástico), o método dos elementos finitos e, mais recentemente, o método dos elementos discretos e o método dos elementos finitos discretos.

4.4.1 Método da análise limite

A aplicação de métodos baseados na análise plástica no estudo de estruturas de alvenaria, tem sido defendida há muito tempo. É bem conhecido o trabalho

clássico de Heyman [61], sobre o estudo dos mecanismos de rotura de arcos com base nos teoremas limite da plasticidade. Porém, para aplicar a análise limite a estruturas de alvenaria pressupõe-se que sejam aceites as seguintes hipóteses:

- A alvenaria não resiste a tensões de tracção;
- As tensões na alvenaria são suficientemente baixas para que a resistência à compressão do material possa ser admitida infinita;
- O módulo de elasticidade das unidades de alvenaria é infinito;
- Não ocorre deslizamento entre as unidades de alvenaria.

Basicamente o método plástico permite a determinação de um fator de segurança relativo ao colapso do sistema estrutural que, no caso de arcos de alvenaria, resulta da formação de rótulas entre as unidades de alvenaria. Métodos numéricos baseados nos mesmos princípios têm sido utilizados para generalizar estas técnicas.

Diversos autores apresentam aplicações recentes da análise limite a pontes em arco de alvenaria, de notar o trabalho de Gilbert e Melbourne [51], que desenvolveram um programa de cálculo versátil, onde utilizam o método dos blocos rígidos e aplicam o teorema do limite superior, para determinar as cargas de colapso de estruturas em alvenaria. Trata-se de uma idealização de blocos rígidos, no essencial semelhante a um modelo MED. No entanto, a utilização dos métodos de solução baseados nos teoremas de equilíbrio limite não permite a generalidade dos modelos numéricos MED, que podem abordar caminhos de carga arbitrários e ações dinâmicas [90].

Segundo Lemos [90], estes métodos analíticos têm habitualmente restrições no que respeita às geometrias que podem ser abordadas, onde acresce ainda que muitos dos programas de equilíbrio limite adotam a hipótese de plasticidade associada, em que o ângulo de dilatação é igual ao ângulo de atrito, o que não está de acordo com a observação experimental do deslizamento em juntas de alvenaria.

4.4.2 Método dos elementos finitos

O método de elementos finitos é uma das abordagens possíveis e mais utilizadas na modelação de estruturas, podendo essa modelação ser feita ao nível micro, considerando o material descontínuo, ou ao nível macro. Podem ser ainda criados modelos híbridos que têm bastante interesse quando, por exemplo, se pretende analisar em detalhe um determinado elemento estrutural no interior de uma estrutura mais complexa [136].

Na década de 80, Sawko e Towler desenvolveram os primeiros trabalhos de análise de arcos com o método dos elementos finitos, recorrendo a um modelo elástico linear para o comportamento das alvenarias [48, 129]. Com

o aumento das capacidades computacionais, verificou-se uma evolução dos modelos de elementos finitos, permitindo a integração do comportamento não linear do material e a simulação de descontinuidades entre elementos. Estas descontinuidades são geralmente introduzidas usando elementos de interface, para os quais o modelo constitutivo está em relação direta entre as tensões e os deslocamentos relativos, ao longo da interface [112]. Assim, para uma simulação precisa do comportamento da alvenaria, é essencial obter um modelo constitutivo para os elementos de interface, que seja capaz de capturar realisticamente o comportamento da alvenaria e simular todos os mecanismos de rotura.

Page foi provavelmente o primeiro investigador a usar elementos de interface na modelação de alvenarias de tijolo [127, 129]. Este simulou um comportamento elástico para os tijolos e um comportamento não linear para as juntas. Existem outros autores a adotarem esta estratégia de micro-modelação, como a preconizada em Lourenço [94], que desenvolveu um modelo constitutivo para os elementos de interface baseados na teoria da plasticidade.

4.4.3 Método dos elementos discretos

O desenvolvimento de modelos de elementos discretos foi motivado pela análise da estabilidade de taludes de aglomerados rochosos, para os quais os mecanismos de rotura são definidos por deslizamento ou separação dos blocos rochosos ao longo de descontinuidades existentes na rocha. O método foi proposto por Cundall [36] como uma abordagem numérica para um modelo concetual de um agrupado de blocos em interação mecânica por meio de contactos pontuais. De acordo com os seus criadores, o método dos elementos discretos define-se como um método numérico capaz de: (a) reproduzir deslocamentos e rotações finitos dos elementos, incluindo a separação total entre os elementos e (b) reconhecer novos contactos automaticamente à medida que os cálculos progridem.

Estas ideias subjacentes também se aplicam a muitos tipos de estruturas de alvenaria, onde a resposta mecânica do sistema é bastante condicionada pela existência de descontinuidades, que normalmente constituem, zonas de maior deformabilidade. Assim, apesar da abordagem de Cundall ter sido inicialmente dirigida para problemas da mecânica das rochas, a sua utilização no estudo de problemas de outros domínios, onde se verifica a necessidade de estudar o comportamento mecânico de um meio formado por partículas ou blocos tem-se revelado útil. A título de exemplo, em 1993, Papastamatiou e Psycharis [119] mostraram o potencial deste método na estudo de estruturas em alvenaria de pedra, com a análise dinâmica das colunas do templo de Apolo em Bassas, Grécia, ver Figura 4.2. Mais recentemente, a abordagem foi aplicada com sucesso na modelação de outras estruturas históricas de alvenaria [9, 17, 82, 114] nos quais os modos de colapso são tipicamente governados por mecanismos, onde a deformabilidade dos blocos não desempenha um papel importante. Além disso, também a possibilidade de alterações frequentes no contacto e no tipo de contacto, bem como a não linearidade acentuada induzida pela incapacidade das

juntas de alvenaria para suportar esforços de tração, fazem do MED um método adequado na resolução de problemas que envolvam descontinuidades, como é o caso das estruturas em alvenaria.

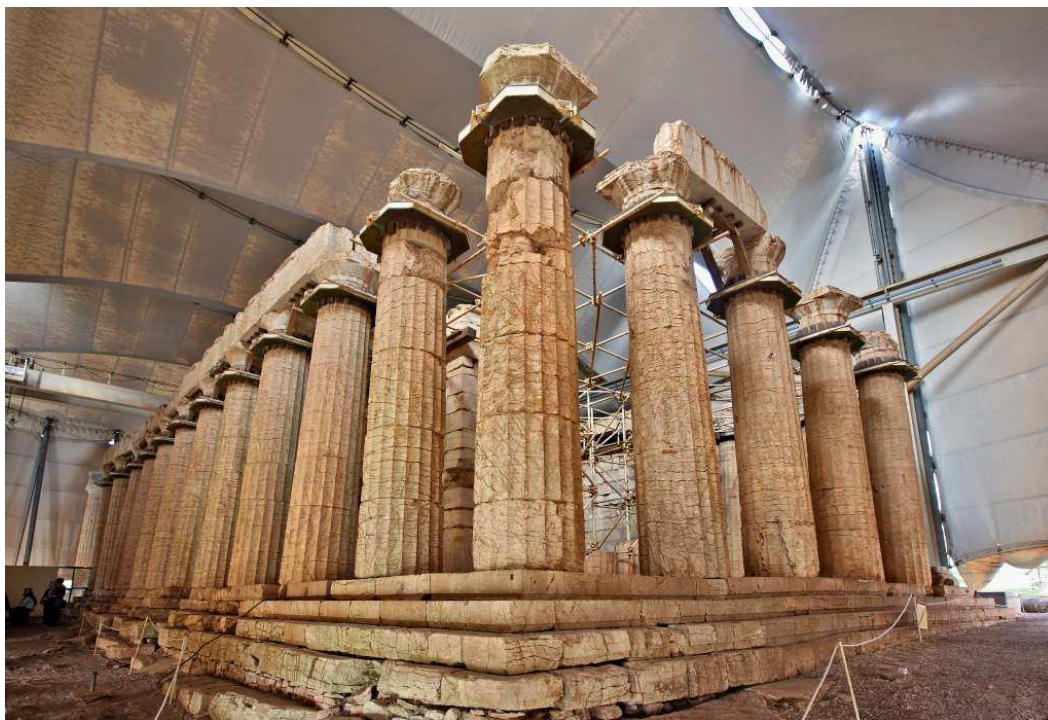


Figura 4.2: Templo de Apolo em Bassas, Grécia [146]

Dentro da designação do método dos elementos discretos existem, algumas variações. Cundall e Hart [39] identificam quatro grandes classes:

- O método dos elementos distintos – que utiliza um algoritmo explícito de integração no tempo para resolver diretamente as equações de movimento dos elementos discretos, admitindo corpos rígidos ou deformáveis e contactos deformáveis, sendo possível uma pequena interpenetração nos contactos;
- O método modal – idêntico ao anterior, mas que considera a deformabilidade dos blocos através de sobreposição modal;
- O método de deformação descontínua (MDD) – que admite contactos rígidos e corpos rígidos ou deformáveis, em que a condição de não interpenetração nos contactos é conseguida através de esquemas iterativos (Shi [135]);
- O método da permuta da quantidade de movimento – que admite contactos e corpos rígidos e estuda o movimento através do balanço da quantidade de movimento entre corpos durante uma colisão instantânea.

Os modelos discretos com partículas circulares ou esféricas é outro tipo de método de elementos discretos, que vem recebendo uma crescente atenção

em vários campos da engenharia. É um método muito utilizados atualmente em estudos de investigação. São modelos de pormenor, que permitem abordar os mecanismos fundamentais do comportamento dos materiais, como por exemplo, os fenómenos de propagação da fratura. Com as potencialidades atuais de cálculo, só é viável analisar efetivamente sistemas à escala do ensaio de laboratório, ou zonas localizadas de obras. Este método requer um elevado número de partículas para a modelação de estruturas e ainda não é frequentemente utilizado para a análise sísmica global de construções históricas, contudo é previsível um grande incremento da sua utilização num futuro próximo [89].

No presente estudo, o método utilizado é o anteriormente designado por método dos elementos distintos, desenvolvido por Cundall e que deu origem ao programa de cálculo 3DEC [66], utilizado nas análises numéricas que se apresentam nos Capítulos 5 e 6. Cundall chamou à sua abordagem de *método dos elementos distintos*, mas a designação *método dos elementos discretos* é hoje em dia mais comum, sendo esta ultima a que será utilizada no presente trabalho.

4.4.4 Método dos elementos finitos discretos

Como o nome indica, os modelos de elementos finitos discretos combinam características dos métodos de elementos discretos e elementos finitos. A deformação do meio contínuo é governada pelos elementos finitos e a interação entre os corpos é governada pela técnica dos elementos discretos. Este método foi desenvolvido sobretudo para reduzir os custos computacionais [129]. O método considera blocos deformáveis, representados por uma malha de elementos finitos, que se podem dividir e separar durante a análise. Como na técnica de elementos finitos, os modelos de materiais não lineares podem ser usados para definir as características das unidades de alvenaria e da argamassa. São vários os autores que designam esta técnica como o método dos elementos finitos discretos. Como exemplo, Munjiza [106] usa esta designação para uma formulação numérica destinada principalmente a simular problemas de fratura.

O método tem sido aplicado para a análise da estabilidade de diferentes estruturas de alvenaria, tais como arcos de alvenaria e pirâmides [129]. Owen et al. [116] apresentam uma aplicação deste método, onde avaliam a capacidade de carga máxima de uma ponte de alvenaria de dois vãos danificada e examinam a eficiência de soluções de reparação. Os blocos de alvenaria foram modelados por elementos discretos deformáveis enquanto o enchimento foi representado por elementos discretos esféricos, ver Figura 4.3.

Pretendeu-se nesta Secção 4.4, identificar e tecer algumas considerações sobre os modelos e métodos mais difundidos para a análise em estruturas de alvenaria, sendo a sua caracterização completa e exaustiva remetida para a literatura [48, 87, 99, 127, 129].

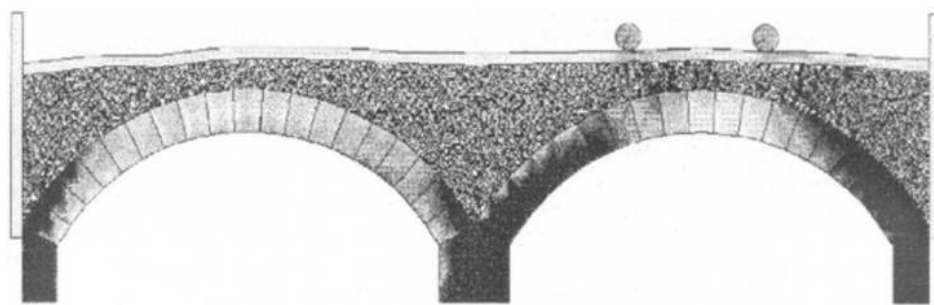


Figura 4.3: Ponte em arco de alvenaria com as unidades de alvenaria modeladas por elementos discretos deformáveis e o enchimento por elementos discretos esféricos [116]

4.5 O método dos elementos discretos na modelação da alvenaria

Nesta secção é apresentada uma ideia geral da formulação utilizada no programa 3DEC, podendo-se encontrar no manual do programa [66] os aspetos mais particulares da implementação computacional do método.

4.5.1 Aspetos na modelação de sistemas descontínuos

O principal conceito dos modelos de elementos discretos é a idealização da estrutura como um sistema de corpos discretos em interação mecânica, sendo esta a principal diferença conceptual relativamente aos elementos finitos.

Considerando a forma dos elementos, podemos classificar os modelos em: (a) modelos de blocos poliédricos; e (b) modelos de partículas circulares ou esféricas. Nos modelos de blocos, as juntas são vistas como as superfícies onde ocorre o contacto entre os blocos, governadas por leis constitutivas adequadas. Assim, um modelo numérico que simule a interação entre corpos discretos deverá ter em conta dois tipos de comportamento mecânico: (a) o comportamento mecânico dos corpos discretos; e (b) o comportamento mecânico das descontinuidades.

Quanto ao comportamento do material sólido que constitui os corpos discretos (blocos e/ou partículas), existem duas hipóteses: o material pode ser considerado rígido ou deformável. A suposição de que o material é rígido é boa quando a deformabilidade do material pode ser ignorada e é adotada quando se considera que os movimentos nas descontinuidades são os principais responsáveis por toda a deformação do sistema.

Se a deformação do material sólido não pode ser negligenciada, a representação dos blocos como deformáveis é adequada. Neste caso, duas opções podem ser consideradas. A formulação mais simples assume um estado de tensões uniforme em cada bloco, esta hipótese foi adotada no método de deformação descontínua. Contudo, para simular padrões de deformação mais gerais, o 3DEC

simula a deformabilidade dos blocos através da sua discretização numa malha de elementos de diferenças finitas (Figura 4.4). Na verdade estes blocos deformáveis são equivalentes àqueles usados em modelos de elementos finitos discretos.

De acordo com Lemos [87], os vários métodos de elementos discretos apresentam diferenças entre si, no entanto, existem algumas características que os diferenciam da modelação em elementos finitos:

- Os modelos de elementos discretos admitem que os blocos são rígidos, e que a deformabilidade do sistema está concentrada nas juntas. Contudo, atualmente, muitas das formulações de elementos discretos (ED) incluem formulações de blocos deformáveis;
- Na maioria dos modelos de ED, a interação entre blocos é definida através de um conjunto de pontos de contacto. Em modo geral, um bloco deformável pode ser discretizado independentemente dos blocos adjacentes;
- Os modelos de elementos discretos permite a simulação do completo destacamento de corpos discretos inicialmente em contacto e permite a continuação da análise no domínio dos grandes deslocamentos. Uma vez que a geometria do sistema pode variar durante a análise, muitos dos programas de ED possuem rotinas eficientes de deteção e atualização de contactos entre os blocos;
- Nos modelos de elementos discretos adotam-se, em geral, algoritmos dinâmicos de solução, procedendo à integração passo a passo das equações de movimento.

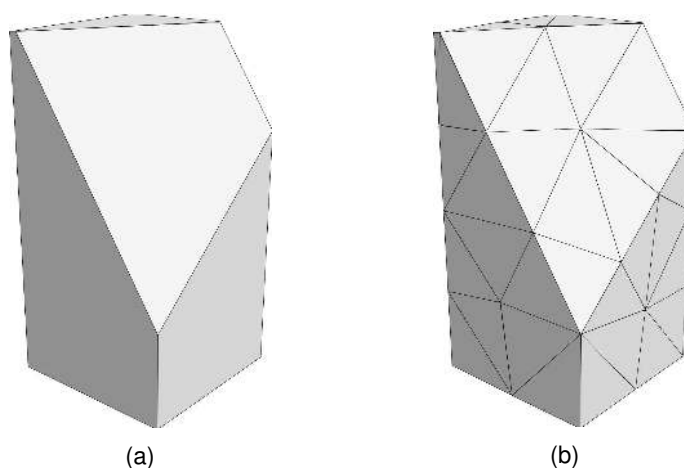


Figura 4.4: Representação dos blocos no programa 3DEC: (a) bloco poliédrico rígido; (b) bloco deformável com malha de elementos finitos tetraédricos [88]

4.5.2 O programa de cálculo 3DEC

O programa de cálculo numérico 3DEC, desenvolvido em 1988, baseia-se num código de modelação tridimensional de elementos discretos e resultou da generalização tridimensional do programa de cálculo bidimensional de elementos discretos UDEC. Estes dois programas de cálculo resultam da implementação computacional do algoritmo explícito de integração no tempo, descrito no estudo de Cundall e Hart [40].

De entre as várias estratégias e programas de modelação disponíveis para o estudo de estruturas de alvenaria, o 3DEC é particularmente adequado, permitindo a representação de estruturas compostas por blocos justapostos, cujo comportamento é regido por um elevado número de contactos entre os seus elementos. Outras características que fazem deste, um programa adequado para a modelação de estruturas de alvenaria, são:

- A capacidade de simular grandes deslocamentos e rotações, incluindo a separação total entre os elementos;
- As eficientes rotinas de deteção e atualização dos contactos entre blocos e/ou partículas;
- A possibilidade de escolha entre blocos rígidos e deformáveis;
- A possibilidade de escolha entre modelos constitutivos elásticos e elasto-plásticos para os elementos, bem como para os contactos;
- A identificação dos contactos individualmente, de forma a poder-se atribuir diferentes tipos de modelos ou características num mesmo sistema;
- A propensão para o estudo de processos de deformação progressiva e rotura, permitindo determinar mecanismos e cargas de colapso.

Para dar resposta aos pedidos de usuários que queriam conceber novos modelos numéricos, foi desenvolvido uma linguagem de programação incorporada no 3DEC, que permite ao usuário definir novas variáveis e funções. Essas funções podem ser usadas para ampliar a utilidade do 3DEC ou adicionar funcionalidades definidas pelo usuário. Assim, em vez de incorporar novas funcionalidades especializadas dentro do código padrão, foi providenciado uma linguagem de programação própria, o FISH, que permite ao utilizador criar variáveis, funções, modelos constitutivos e aceder a toda a estrutura interna de dados [66].

4.5.3 Representação dos blocos

A hipótese mais simples, em relação ao comportamento mecânico de um bloco, é assumir que este se comporta como um corpo rígido. Esta opção é inerente a todas as formulações do método dos elementos discretos e foi, de fato, a motivação para desenvolver este método, como uma alternativa ao método dos elementos finitos [87]. Porém, os blocos discretos que constituem o domínio a

analisar, podem também ser simulados como deformáveis.

No caso de se considerar blocos rígidos, a geometria do elemento discreto é inalterável e toda a deformabilidade é concentrada nas interfaces. Normalmente, esta hipótese é adotada, quando se considera que os movimentos nas descontinuidades¹ são os principais responsáveis por toda a deformação do sistema e quando o material sólido do elemento discreto é de elevada resistência e de baixa deformabilidade comparativamente ao material da junta. Porém, a deformabilidade do corpo rígido pode ser considerada de forma aproximada, aquando da determinação das propriedades elásticas da junta, não sendo contudo possível representar a deformação associada à componente relativa ao coeficiente de Poisson. A suposição de que os blocos discretos são rígidos é aceitável em muitos problemas práticos, nomeadamente aqueles que envolvem a avaliação de cargas de colapso em estruturas de alvenaria, nos quais o colapso se dá usualmente por mecanismos de rotura [87].

Nos casos em que a deformabilidade dos blocos influencia o comportamento global da estrutura, ou nos casos em que é importante aferir o nível das tensões instalado nos blocos, deverão ser considerados blocos deformáveis. Assim, quando se considera a deformabilidade dos blocos, estes são discretizados por uma malha de elementos de diferenças finitas tetraédricas (ou triangulares, no caso bidimensional).

Em problemas estáticos, o uso de blocos deformáveis geralmente não exige um grande esforço de cálculo. No entanto, análises dinâmicas, especialmente em 3D, exigem tempos de cálculo substanciais. Assim, para análises sísmicas, os blocos rígidos são frequentemente mais utilizados em detrimento dos blocos deformáveis, pois necessitam de um menor esforço computacional, o que é promissor quando se tem em mente modelações numéricas mais complexas, como sejam as análises não lineares dinâmicas.

No programa de cálculo 3DEC, estão disponíveis diferentes modelos constitutivos para o material que constitui os blocos discretos, sendo a sua escolha dependente do tipo de estrutura que se pretenda analisar. Segundo Gago [48], no caso de estruturas de alvenaria de blocos, as hipóteses de blocos rígidos ou deformabilidade elástica linear são, em geral, suficientes, podendo também optar-se por leis de comportamento não linear com diferentes critérios de plasticidade associados.

4.5.4 Representação dos contactos

Uma característica distintiva no MED é a representação numérica dos contactos entre os componentes do modelo. No programa de cálculo 3DEC, como na maioria dos programas com recurso ao MED, é empregue a hipótese dos pontos

¹Como por exemplo: o escorregamento entre elementos discretos; a rotação dos elementos discretos e a abertura e o fecho das descontinuidades.

de contacto [87]. Isto significa essencialmente que a interação entre blocos é representada por um conjunto de pontos de contacto, sendo que a força de interação entre contactos é função dos deslocamentos relativos entre blocos [17], ao contrário do que se sucede nos modelos habituais de elementos finitos (EF), em que as juntas entre blocos são simuladas através de elementos de interface.

Na hipótese de contacto pontual não há integração de tensões na superfície de contacto como nos elementos de interface presente nos modelos de elementos finitos. No entanto, a cada contacto pontual é atribuído uma área (ou comprimento em 2D), que permite o cálculo aproximado de tensões médias. No caso de blocos deformáveis, a cada ponto nodal da malha de elementos finitos em que é discretizado o bloco, corresponderá um contacto, sendo esta área (ou comprimento) definida para cada um destes pontos. Deste modo, com a simulação de blocos deformáveis, o número de pontos de contacto pode ser aumentado através de uma discretização mais apertada da malha de elementos de diferenças finitas, correspondendo a uma maior aproximação dos valores de tensão [83].

Em geral, a distribuição de tensões no plano da junta, obtidos através de contactos pontuais, é menos suave e precisa do que quando utilizado elementos de interface. A aproximação pode ser melhorada ao inserir mais pontos de contacto, o que pode ser conseguido dividindo as arestas ou faces dos blocos, mesmo para o caso de blocos rígidos. No programa 3DEC, a abordagem do contacto pontual em blocos rígidos é possível através da representação do contacto por meio de 4, 5 e 9 pontos em cada face do bloco, como apresentado na Figura 4.5.

De acordo com Gago [48], a discretização das juntas num conjunto de contactos pontuais permite, sem perda de rigor, uma mais fácil deteção e eliminação de contactos em face de grandes deslocamentos e, conseqüentemente, uma maior eficácia computacional. Segundo Lemos [87] outra vantagem dos contactos pontuais é a capacidade de definir a discretização dos blocos independentemente, sem a necessidade de compatibilizar pontos nodais, como ilustrado na Figura 4.6. Para os blocos indeformáveis, é criado um contacto sempre que um vértice concorra com um vértice ou um lado de outro elemento discreto. Para os elementos discretos poligonais deformáveis, é criado um contacto em cada nó da malha pertencente a um lado em contacto.

Em 3D, existem várias combinações possíveis de interação entre superfícies (face, F), arestas (edge, E) e vértices (vertex, V), o que aumenta substancialmente a complexidade do problema e da sua implementação numérica. O programa 3DEC (Hart et al. [57]) adota uma representação de contacto pontual baseada em dois tipos de contactos elementares: vértice-superfície (VF) e aresta-aresta (EE). Com estes dois tipos de contactos pontuais, é possível abordar os vários modos de interação entre blocos poliédricos. A Figura 4.7 (a) mostra a interação superfície-superfície (FF), representada por quatro contactos elementares, dois contactos vértice-superfície (VF) e dois contactos aresta-aresta

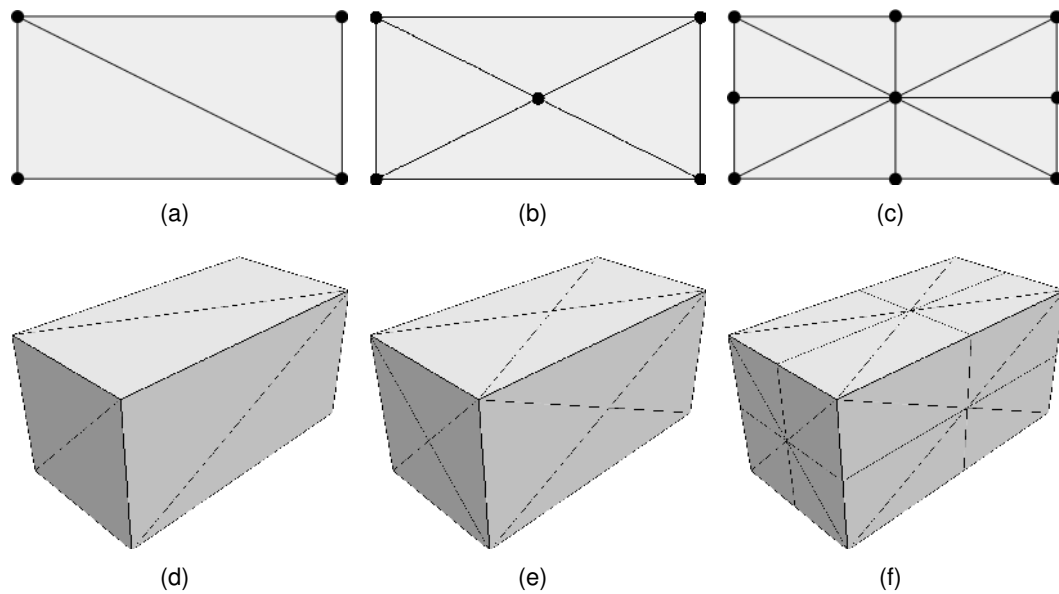


Figura 4.5: Divisão das faces num bloco rígido, para aumentar o número de pontos de contacto: (a) e (d) 4 pontos de contacto; (b) e (e) 5 pontos de contacto; (c) e (f) 9 pontos de contacto

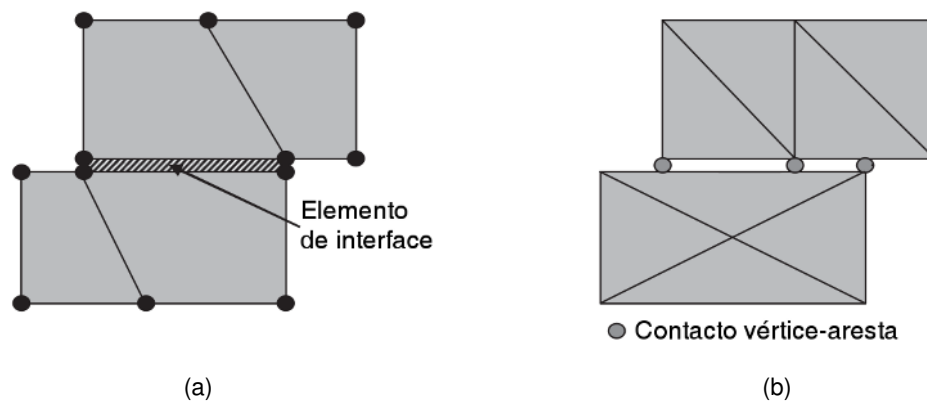


Figura 4.6: Representação do contacto entre blocos, através de: (a) elemento de interface; e (b) pontos de contacto (adaptado de [87])

(EE), já a Figura 4.7 (b) apresenta o caso de um contacto pontual do tipo aresta-aresta (EE). A discretização das juntas num conjunto de contactos pontuais permite, uma mais fácil detecção e eliminação de contactos face a grandes deslocamentos e, conseqüentemente, uma maior eficácia computacional é conseguida, representando uma vantagem relativamente a outras possíveis abordagens (tais como o MEF).

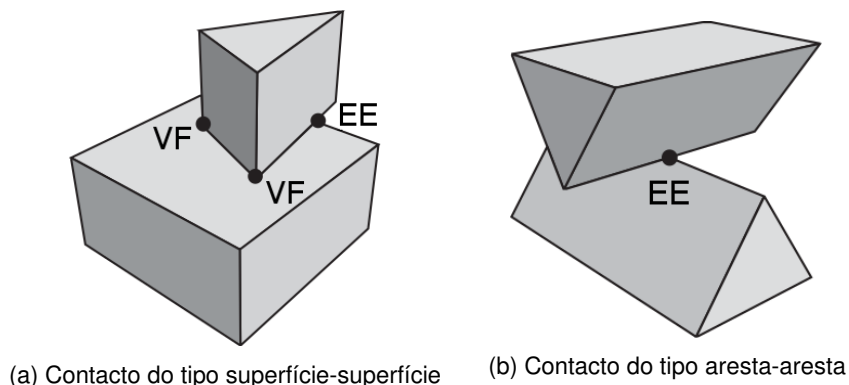


Figura 4.7: Representação da interação entre blocos através de contactos elementares, vértice-superfície (VF) e aresta-aresta (EE), no programa 3DEC (adaptado de [87])

4.5.5 Detecção dos contactos

A abordagem mais simplista para detetar contactos seria testar todas as possibilidades de interação entre blocos. No entanto, existem inúmeras possibilidades de contacto entre blocos (elementos discretos) e cumprir exaustivamente esta tarefa não é viável em termos de tempo computacional, além disso, não há garantia de que o contacto normal evolua suavemente quando há saltos de um contacto para outros.

Assim, a detecção do contactos pode ser dividida em duas etapas: a verificação da possibilidade de dois blocos estarem em contacto e a determinação detalhada das condições de contacto. Depois de dois blocos serem reconhecidos como vizinhos verifica-se se estão em contacto. Se não estão em contacto, a distância entre os dois deve ser determinada de modo a que os pares de blocos separados por mais do que uma certa tolerância possam ser ignorados no algoritmo de atualização dos contactos. Para blocos separados por distâncias menores do que essa tolerância, mas que não estão em contacto, é formado um contacto virtual que será contabilizado em cada intervalo de tempo. Deste modo, as forças de interação começam a atuar apenas quando os blocos se tocam.

Em resposta às dificuldades encontradas, Cundall [38] definiu uma abordagem baseada no conceito de plano-comum² (c-p). Segundo este, é criado um plano

²No original: common-plane.

que intersecta o espaço entre dois blocos e para cada um destes é testado, separadamente, o seu contacto com o respetivo plano-comum. Este plano poderá sofrer mudanças de orientação, a quando da movimentação relativa entre os blocos. Quando estes estabelecem contacto, o plano-comum fica estático relativamente a esse par de blocos. A Figura 4.8 ilustra o conceito em 2D, para maior clareza. Assim, através do conceito de plano-comum, a tarefa de testar o contacto entre blocos é simplificada e acelerada pois:

- Apenas se realizam testes do tipo vértice-superfície (VF);
- O número de testes depende linearmente do número de vértices;
- Se os blocos estiverem em contacto com o plano-comum, então estes estão em contacto um com o outro;
- O vector normal ao contacto é o vector normal ao plano-comum;
- Como cada plano-comum é definido para um determinado contacto, o problema da mudança do tipo da descontinuidade é eliminado. De facto, o plano-comum pode mudar rapidamente (como para um contacto vértice-vértice), mas não mudará pela alteração do tipo de contacto;
- A determinação da distância mínima entre dois blocos que não estão em contacto torna-se trivial, pois é a soma das distâncias de cada um dos blocos ao plano-comum.

O 3DEC recorre a um algoritmo para localizar e posicionar o plano-comum, através de uma análise puramente geométrica, aplicado a cada incremento de tempo.

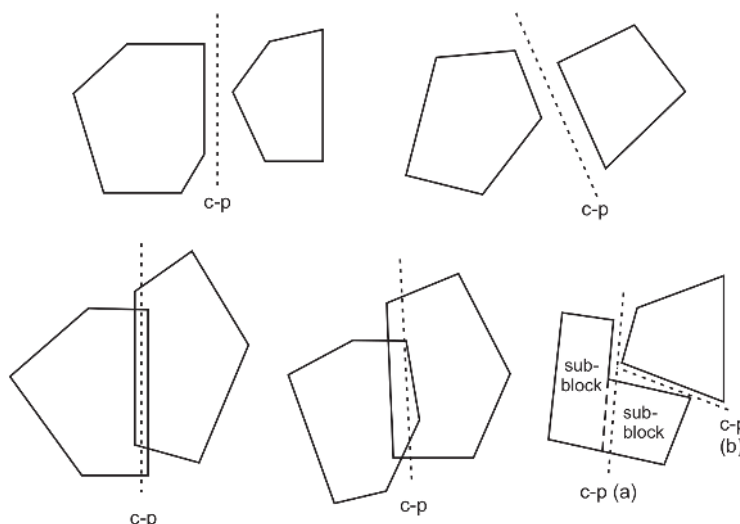


Figura 4.8: Exemplos do conceito plano-comum entre dois blocos no 3DEC (adaptado de [38])

4.5.6 Interação entre blocos

De acordo com Cundall e Hart [40], os modelos de elementos discretos podem ser divididos em dois grupos, tendo em conta a forma como o comportamento mecânico ao contacto é interpretado (Figura 4.9). No primeiro grupo, incluem-se os modelos de contactos rígidos, no qual a interpenetração dos blocos não é permitida, exigindo formulações complexas, envolvendo esquemas iterativos em cada passo de cálculo para obter a compatibilização dos diversos blocos (utilizado no método de análise de deformação descontínua, criado por Shi [135]), ou onde as condições de não sobreposição dos blocos podem ser incluídas como restrições (e.g. Gilbert and Melbourne [52]). No segundo grupo, incluem-se os modelos de contacto deformáveis, onde é definido uma rigidez de contacto nas direções normal e tangencial, sendo as forças de contacto proporcionais ao deslocamento relativo entre blocos, de acordo com um determinado modelo constitutivo. Uma pequena sobreposição dos blocos resulta das forças de compressão nos contactos. Embora esta sobreposição possa ser encarada como uma aproximação numérica da condição de não interpenetração, na maioria das aplicações ela tem um significado físico real. No caso de serem utilizados na modelação blocos rígidos, a rigidez pode ser escolhida por forma a traduzir um valor realista da deformabilidade global do sistema.

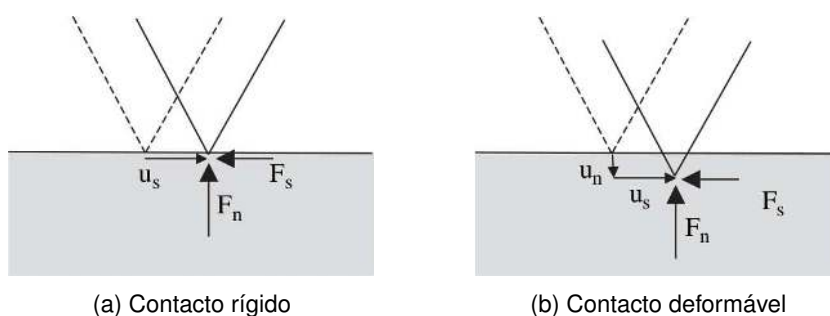


Figura 4.9: Modelos de contacto: (a) contacto rígido, onde a sobreposição dos blocos não é permitida e u_s somente existe se houver deslizamento; (b) contacto deformável: as forças de contacto são proporcionais ao deslocamento relativo entre blocos, sobreposição u_n propositadamente exagerada [87]

Em alvenaria de juntas argamassadas, a rigidez normal pode ser diretamente relacionada com a espessura e as propriedades da argamassa. No caso de juntas secas, as descontinuidades são normalmente rugosas e irregulares, provocando concentrações de tensões. Neste caso, a rigidez dos contactos pode ser determinada em laboratório.

Para a maioria das formulações em elementos discretos, a abordagem mais utilizada é a de contactos deformáveis, sendo também esta a abordagem do programa 3DEC. Nestes o modelo mecânico de interação, que permite a representação da maioria das características mecânicas dos contactos reais, consiste em admitir que, no contacto pontual, os blocos estão ligados através

de molas nas direções normal e tangenciais ao contacto (Figura 4.10). As componentes normal e tangencial da força de contacto são proporcionais aos respectivos deslocamentos relativos (u_n e u_s), de acordo com um dado modelo constitutivo.

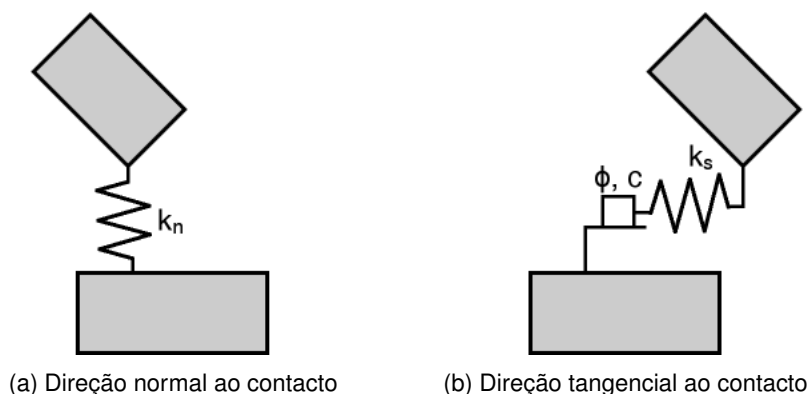


Figura 4.10: Representação esquemática bidimensional da interação mecânica entre elementos discretos (adaptado de [53])

Os incrementos das componentes da força de contacto são determinados através das expressões (4.1), onde a força de interação entre dois blocos é equivalente à soma vetorial das componentes normal (F_n) e tangencial ($F_{s,i}$) da força de contacto, sendo a componente tangenciais da força de interação um vetor de duas componentes ($F_{s,i}$ ou $F_{s,1}$, $F_{s,2}$) coplanares com o plano do contacto. Assim:

$$\Delta F_n = k_n A_c \Delta u_n \quad (4.1a)$$

$$\Delta F_{s,i} = k_s A_c \Delta u_{s,i} \quad (i = 1, 2) \quad (4.1b)$$

em que k_n e k_s são as constantes de rigidez normal e tangencial do contacto e Δu_n e $\Delta u_{s,i}$ os incrementos dos respectivos deslocamentos normal e tangencial. A cada contacto pontual pode ser atribuído uma área, A_c , (ou comprimento em 2D) que permite definir as forças de interação entre os blocos que formam o contacto. Em cada passo de cálculo, estes incrementos de força são adicionados às forças existentes e corrigidos atendendo a lei constitutiva de contacto.

No caso de contactos do tipo superfície-superfície é fácil definir a área, mas se um contacto for formado por uma combinação dos dois tipos de contacto elementares (VF e EE), é mais complexo, pelo que se assume um valor mínimo da área de contacto que assegure um mínimo de rigidez do contacto. Este limite de rigidez garante um limite máximo de sobreposição entre os blocos, o qual permite manter a hipótese de blocos rígidos.

Os critérios de rotura normalmente utilizados, na simulação das características das juntas, são o critério de rotura de Mohr-Coulomb para as tensões de corte, e o de Rankine para as tensões de tração. Nos modelos de contacto do método

dos elementos discretos pode também, definir-se uma resistência residual, representando uma perda parcial da capacidade resistente imediatamente após a fratura do contacto. Nestes modelos, as resistências (ao corte e tração) descem subitamente para os seus valores residuais (Figura 4.11), só sendo possível a implementação de leis de amolecimento, adequadas para juntas de alvenaria, com recurso ao FISH.

Na direção normal ao plano de contacto entre dois blocos, a relação entre a tensão e o deslocamento é linear, sendo constante a rigidez normal (k_n). Deste modo:

$$\sigma_n = k_n u_n \quad (4.2)$$

onde σ_n é a tensão normal, e u_n a componente normal do deslocamento relativo entre blocos (Figura 4.11 (a)). Existe uma resistência limite aos esforços de tração para as juntas. Assim, se a tensão de tração (σ_t) máxima admissível é excedida (i.e. se $\sigma_n < -\sigma_t$), então $\sigma_n = 0$.

Na direção tangencial, a resposta é controlada por uma constante de rigidez tangencial (k_s) e a tensão de corte é limitada pela combinação dos parâmetros de coesão (c) e ângulo de atrito (ϕ). Em regime elástico linear, a relação tensão-deslocamento é dada por:

$$\tau_s = k_s u_s \quad (4.3)$$

onde τ_s é a tensão tangencial e u_s é a componente tangencial do deslocamento relativo entre os blocos que formam o contacto. A tensão tangencial máxima (τ_{max}) é definida pelo critério de rotura de Mohr-Coulomb:

$$|\tau_s| \leq c + \sigma_n \tan \phi = \tau_{max} \quad (4.4)$$

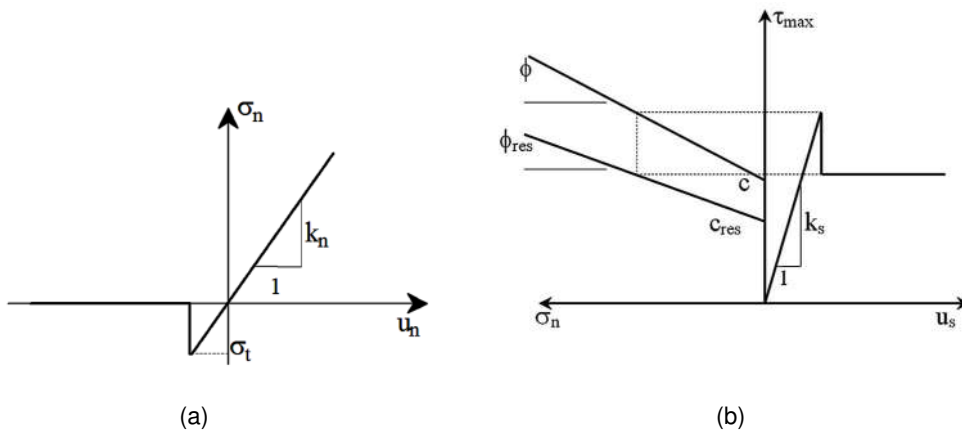


Figura 4.11: Modelo de contacto com resistência residual (adaptado de [53]). Comportamento na direção: (a) normal, e (b) tangencial

No caso das juntas apresentarem rugosidade, pode ocorrer a variação do deslocamento normal na junta durante o seu deslizamento. Este fenómeno,

denominado de dilatância, é definido no modelo de contacto do programa de cálculo 3DEC através do ângulo de dilatância ψ , o qual é limitado pela ocorrência de elevadas tensões normais ou por grandes deslocamentos de corte. Estas limitações no ângulo de dilatância correspondem à observação de que sob elevadas tensões normais ocorre o esmagamento das irregularidades da superfície de contacto e que com a ocorrência de grandes deslocamentos de corte essas rugosidades são eliminadas [66, 120]. No entanto, para juntas de alvenaria, a aplicação de um comportamento dilatante pode ser excessivo [87, 94].

Nos modelos de elementos discretos, podem ser utilizados outros modelos de comportamento para as superfícies de descontinuidade, no entanto, o modelo de contacto com plastificação por corte definido pelo critério de Mohr-Coulomb associado ao critério de Rankine para a fratura por tração, é o mais amplamente aceite para o estudo de estruturas em alvenaria [17, 48, 87, 129]. No presente estudo foi este o modelo de contacto utilizado, optando-se por não considerar o ângulo de dilatância.

4.5.7 Algoritmo de cálculo

O algoritmo de cálculo utilizado pelo método dos elementos discretos deve ter em conta que a geometria do sistema pode ser alterada durante a análise. O objetivo de modelar sistemas de blocos submetidos a grandes deslocamentos, motivou a utilização de algoritmos explícitos de diferenças finitas, pela maioria das formulações em elementos discretos. De fato, a possibilidade de alterar a geometria inicial da estrutura, donde resultem novos contactos e a eliminação de contactos existentes, bem como a acentuada não linearidade, induzida pela incapacidade das juntas de alvenaria resistir a esforços de tração, tornam as soluções matriciais menos atrativas. Deste modo, os métodos de resolução matricial baseados em métodos iterativos, utilizados nas formulações de elementos finitos, não são adequados para este tipo de análise, em virtude de ser necessária a construção das matrizes do sistema sempre que a geometria e os contactos do sistema variem.

No método dos elementos discretos, o algoritmo de cálculo utilizado, baseia-se em algoritmos explícitos de diferenças finitas, tanto para análises estáticas como dinâmicas, não sendo necessário a construção de matrizes de rigidez do sistema, trata-se assim, de um método explícito³. De acordo com Gago [48], a dimensão do intervalo de integração é limitada pela hipótese de, nesse intervalo de tempo, a interação entre blocos se resumir apenas ao contacto entre um bloco e os seus vizinhos. Isto é, durante esse intervalo de tempo as perturbações não se propagarão mais longe do que à vizinhança imediata dos blocos. Esta hipótese permite que o processo de análise não linear das interações entre blocos se efetue sem um excessivo consumo de memória computacional.

³Nos métodos explícitos obtêm-se valores para as quantidades dinâmicas no instante $t + \Delta t$ com base apenas nos valores disponíveis no instante t , sem que seja necessário resolver em cada incremento um sistema de equações.

Na formulação de elementos discretos é utilizado um algoritmo explícito de integração no tempo para resolver diretamente as equações de movimento dos elementos discretos, ou seja é efetuada uma integração passo a passo das equações de movimento através do método explícito de integração das diferenças finitas centrais. Contudo este é limitado pela hipótese de as velocidades e as acelerações serem constantes durante esse intervalo de tempo, tendo como principal inconveniente a imposição de passos de tempo muito reduzidos para garantir a estabilidade numérica [85].

Para problemas estáticos, o mesmo algoritmo é utilizado, contudo a resolução de equações de movimento é conseguida com a introdução de um amortecimento viscoso artificial alto nas equações de movimento. Deste modo, a energia cinética é dissipada, convergindo o sistema para a solução estática ou para o desenvolvimento de um mecanismo quase-estático. Este procedimento, relaxação dinâmica, à muito que é utilizado em análise estrutural (e.g. Otter et al. [115]), mesmo antes de as soluções matriciais se tornarem dominantes no final dos anos 60.

4.5.8 Ciclo de cálculo

A cada passo de tempo, as equações de movimento e as leis constitutivas são aplicadas. Tanto para blocos rígidos como deformáveis, as equações de movimento descrevem o movimento dos blocos em função das forças calculadas e as leis constitutivas fornecem as forças de contacto a partir dos deslocamentos conhecidos. Resumidamente, para cada passo (intervalo) de tempo, dois conjuntos de cálculos são executados:

- a) A integração numérica das equações de movimento fornece as novas posições dos blocos, e determinam-se os incrementos dos deslocamentos e novos valores de velocidade, a partir dos quais são obtidas as deformações nos blocos e nos contactos;
- b) A aplicação das leis constitutivas permite obter as novas tensões instaladas nos blocos e contactos, dando origem ao novo vetor de forças necessário para o novo passo de cálculo.

Em análises estáticas este procedimento é repetido até que se atinja um estado de equilíbrio, enquanto que em análises dinâmicas este processo é conduzido até ao instante pretendido.

De notar que no caso de blocos rígidos o cálculo dos deslocamentos é efetuado nos centróides dos blocos e no caso de blocos deformáveis nos nós da malha de elementos tetraédricos de diferenças finitas. Neste último caso, a aplicação das relações constitutivas do material dos blocos fornece as tensões no interior dos elementos. O ciclo de cálculo de algoritmos explícitos encontra-se esquematicamente representado na Figura 4.12.

O movimento de um bloco rígido individual é determinado pelas intensidades e direções do momento e da força resultante aplicados no bloco. Este movimento,

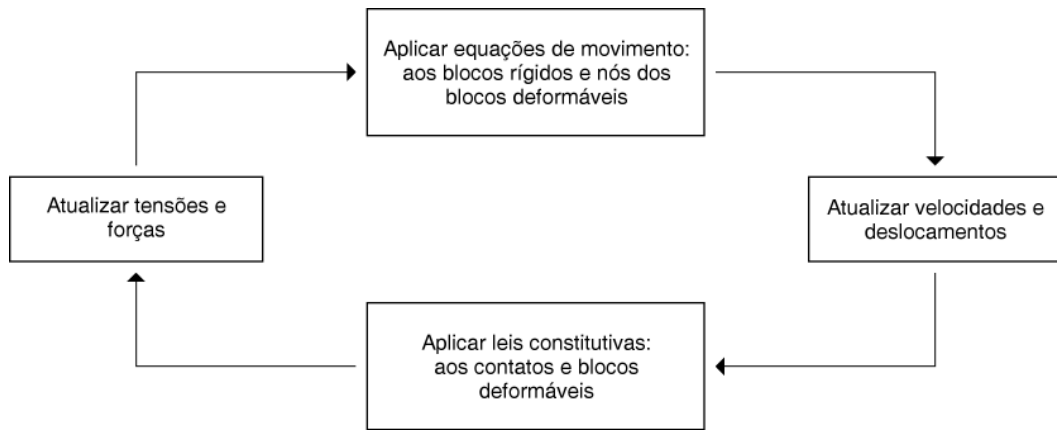


Figura 4.12: Ciclo de cálculo em algoritmos explícitos (adaptado de [88])

num espaço tridimensional, é caracterizado por seis graus de liberdade, três de translação e três de rotação.

As três equações de translação de movimento de um bloco rígido, podem ser expressas nos eixos globais, como:

$$m \ddot{u}_i + \alpha m \dot{u}_i = f_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (4.5)$$

onde u_i denota o vetor de deslocamento do centróide do bloco, m é a massa do bloco e α a constante de amortecimento proporcional à massa. O vetor força (f_i) é a soma das forças atuantes no bloco e é dado por:

$$f_i = f_i^c + f_i^a \quad (i = 1, 2, 3) \quad (4.6)$$

em que f_i^c é a soma das forças de contacto, calculadas através dos deslocamentos relativos entre blocos, e f_i^a é a soma das forças aplicadas (incluindo o peso próprio).

As três equações de rotação de um bloco rígido, regidas pelas equações de Euler, em relação aos eixos principais de inércia do bloco, são:

$$I_1 \ddot{\theta}_1 + \alpha I_1 \dot{\theta}_1 + (I_3 - I_2) \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_2 = m_1 \quad (4.7a)$$

$$I_2 \ddot{\theta}_2 + \alpha I_2 \dot{\theta}_2 + (I_1 - I_3) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 = m_2 \quad (4.7b)$$

$$I_3 \ddot{\theta}_3 + \alpha I_3 \dot{\theta}_3 + (I_2 - I_1) \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 = m_3 \quad (4.7c)$$

onde I_i e θ_i denotam respetivamente o momento principal de inércia de massa e o ângulo de rotação em relação ao eixo i e onde α é a constante de amortecimento proporcional à massa. O termo respetivo ao momento é dado por:

$$m_i = m_i^c + m_i^a \quad (4.8)$$

sendo que m_i^c é a soma dos momentos produzidos pelas forças de contacto, e m_i^a

a soma dos momentos das forças aplicadas.

Em análise de problemas estáticos, as quantidades de inércia reais, bem como as massas dos elementos discretos são multiplicadas por um fator de escala, reduzindo o número de passos de tempo necessário para atingir uma condição estacionária, melhorando assim, a velocidade de convergência do método. Isto é, neste tipo de problemas não é necessário considerar o valor real das quantidades de inércia, e a massa dos elementos é modificada. Deste modo, as equações de translação (4.5) permanecem inalteradas, com a massa real sendo substituída por uma massa escalada m_s . Nas equações de rotação (4.7) um único momento de inércia é adotado, tal permite reescrever as equações em ordem aos eixos globais:

$$I_s \ddot{\theta}_i + \alpha I_s \dot{\theta}_i = m_{s,i} \quad (4.9)$$

onde I_s é o momento de inércia escalado, com igual valor em todas as direções.

Desta forma, cada passo de cálculo produz novas posições dos blocos, que geram novas forças de contacto. As forças e os momentos resultantes são utilizados para calcular as acelerações linear e angular do bloco, cujas integrações conduzirão a novas velocidades, deslocamentos e rotações. O intervalo de tempo do ciclo de cálculo deverá ser suficientemente pequeno de modo a que seja aceitável a hipótese de velocidades e acelerações constantes nesse mesmo intervalo e a hipótese da não propagação das perturbações.

4.5.9 Amortecimento

A escolha do amortecimento a utilizar em simulações numéricas, deve modelar adequadamente o amortecimento real, contudo a rigorosa definição deste apresenta algumas dificuldades, pois, muitas vezes não existem dados experimentais suficientes para suportar tal escolha.

O método dos elementos discretos requer a introdução de uma determinada forma de amortecimento para a análise quer de problemas estáticos quer de problemas dinâmicos. Na resolução de problemas estáticos, o amortecimento é do tipo viscoso, sendo a intensidade das forças de amortecimento proporcional à velocidade dos blocos e definido com um valor artificialmente alto. Pretende-se, deste modo, dissipar a energia cinética e assim convergir para a situação de equilíbrio ou para um mecanismo de colapso quase-estático [48]. Este procedimento é semelhante à adoção de uma técnica de relaxação dinâmica.

A determinação do valor ótimo do amortecimento é fundamental para a eficiência do cálculo, dispondo a maioria dos programas de um processo automático de controlo deste parâmetro no decurso da análise [37]. Neste método, amortecimento adaptativo, o valor do amortecimento é continuamente ajustado durante a análise por forma a que o seu efeito amortecedor seja diretamente proporcional à taxa de variação da energia cinética no sistema. Assim, à medida que a energia cinética vai tendendo para zero o mesmo acontece ao

amortecimento .

Outra esquema de amortecimento possível para problemas estáticos é o método de amortecimento local, onde são introduzidas forças de amortecimento de grandeza proporcional às forças não equilibradas, com sentido oposto a estas de modo a que a força de amortecimento se opõe ao movimento dos elementos discretos. Este esquema de amortecimento opcional (não viscoso) é fornecido no programa 3DEC, tendo como objetivo acelerar a convergência. A formulação com massa modificada permite também, melhorar a velocidade de convergência do método, reduzindo o número de passos de tempo necessário para atingir uma condição estacionária.

No caso de análises dinâmicas, as massas reais e o amortecimento real da estrutura devem ser usados. Neste tipo de análises o amortecimento de Rayleigh é comumente utilizado. Isto corresponde a uma matriz de amortecimento (\mathbf{C}), composta por duas parcelas, uma proporcional à massa \mathbf{M} e outra proporcional à rigidez \mathbf{K} :

$$\mathbf{C} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K} \quad (4.10)$$

em que α é a constante de amortecimento proporcional à massa e β é a constante de amortecimento proporcional à rigidez. O amortecimento correspondente à parcela proporcional à massa é inversamente proporcional à frequência e assim frequências altas serão pouco amortecidas, o que poderá produzir alguma perturbação na resposta global da estrutura [48]. A introdução de uma parcela de amortecimento proporcional à rigidez da estrutura corrige este problema, obtendo-se, também, um amortecimento aproximadamente independente da frequência na gama central de frequências.

Para um sistema de múltiplos graus de liberdade o fator de amortecimento crítico (ξ_i) é calculado em função da respetiva frequência angular do sistema (ω_i), definido por Bathe e Wilson [19]:

$$\xi_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\omega_i} + \beta\omega_i \right) \quad (4.11)$$

A equação (4.11) atinge um mínimo em:

$$\xi_{min} = (\alpha\beta)^{1/2} \quad (4.12a)$$

$$\omega_{min} = (\alpha/\beta)^{1/2} \quad (4.12b)$$

Pode-se então definir a frequência de oscilação mínima (f_{min}), como:

$$f_{min} = \frac{\omega_{min}}{2\pi} \quad (4.13)$$

No programa 3DEC, o amortecimento de Rayleigh é especificado pela entrada destes dois parâmetros ξ_{min} e f_{min} .

Em algoritmos explícitos, a utilização da componente de amortecimento proporcional à rigidez requer tipicamente um menor intervalo de tempo para garantir a convergência e a estabilidade da solução (e.g. Belytschko [20]), traduzindo-se em elevados tempos computacionais. De modo a amenizar este inconveniente, Sincraian [17], no seu estudo sobre estruturas em alvenaria sujeitas à ação sísmica, utilizou apenas a parcela do amortecimento de Rayleigh proporcional à massa, diminuindo substancialmente o tempo de cálculo. Nesta situação, o coeficiente de proporcionalidade deverá ser definido de modo a que não resultem amortecimentos excessivos ou diminutos no intervalo das frequências dominantes da estrutura. Assim, se somente a parcela do amortecimento de Rayleigh proporcional à massa ou à rigidez for usado, então o amortecimento deve ser duplicado, para se obter o fator de amortecimento crítico, pois cada parcela do amortecimento contribui com metade de amortecimento total [56, 66].

4.5.10 Estabilidade numérica

Os métodos explícitos são apenas condicionalmente estáveis, o que implica que a estabilidade numérica só é conseguida através da utilização de passos de tempo (ou passos de integração) Δt inferiores a um passo de tempo dito crítico Δt_{crit} , determinado a partir das propriedades de rigidez e de massa do sistema. Para um sistema elástico linear, o intervalo de tempo crítico é dado por [20]:

$$\Delta t \leq \Delta t_{crit} = \frac{2}{\omega_{max}} \quad (4.14)$$

onde ω_{max} é a frequência angular própria máxima não amortecida do sistema de N_{GDL} graus de liberdade. Ou seja, para obtenção da estabilidade numérica, as dimensões do intervalo de tempo, são inversamente proporcionais à maior frequência do sistema. Contudo os sistema de elementos discretos são normalmente complexos e alteram consideravelmente a sua geometria durante a análise, tornando-se difícil a determinação dessa frequência.

Em problemas dinâmicos, onde o amortecimento (de contacto) proporcional à rigidez é usado, Δt_{crit} é dado por [20]:

$$\Delta t_{crit} = \frac{2}{\omega_{max}} \left(\sqrt{1 + \xi^2} - \xi \right) \quad (4.15)$$

onde ξ é o coeficiente de amortecimento relativo correspondente à frequência angular própria máxima.

Note-se que a exigência da utilização de passos de tempo Δt inferiores a um passo de tempo crítico, Δt_{crit} , pode ser um inconveniente em análises dinâmicas, pois juntas muito rígidas ou pequenos elementos discretos implicam passos de tempo menores. Para problemas estáticos, grandes contrastes na rigidez ou no tamanho dos elementos pode levar a um aumento do tempos de cálculo. De notar ainda que, as propriedades elásticas não devem ser desnecessariamente altas,

por exemplo, blocos muito rígidos são melhor representados como blocos rígidos, e juntas elásticas muito rígidas podem ser substituídas pela junção dos blocos adjacentes [88].

Capítulo 5

Caso de estudo

No presente capítulo, o modelo numérico de um arco em alvenaria de pedra é definido e calibrado, para posteriormente se avaliar a sua vulnerabilidade sísmica, através de modelos probabilísticos (ver Capítulo 6). As propriedades atribuídas aos materiais foram obtidas através de dados presentes na literatura. São também caracterizadas as duas soluções de reforço utilizadas.

5.1 Definição dos modelos numéricos

O arco de alvenaria é um dos elementos estruturais mais antigos. Arcos de pedra têm sido usados há milhares de anos, como parte de pontes, aquedutos, catedrais, castelos, etc. Este é bastante comum da paisagem Portuguesa, sendo provavelmente o país da Europa com maior numero destes elementos estruturais, que podem ser encontradas em todas as suas regiões, de norte a sul do país [44]. A compreensão do comportamento destes elementos estruturais, regido em grande parte pela sua natureza descontínua, é uma passo essencial para uma correta avaliação de medidas preventivas de reforço estrutural.

No presente estudo, os modelos numéricos tridimensionais, são baseados no método dos elementos discretos. Esta representação explícita dos blocos e juntas, tornam possível o estudo do deslizamentos entre blocos e abertura das juntas, que governam os modos típicos de deformação dos arcos em alvenaria.

O modelo numérico, apresentado na Figura 5.2, desenvolvido no programa 3DEC é baseado no modelo bidimensional apresentado por Gabriela Sincraian [17], no estudo do comportamento sísmico de estruturas de alvenaria. Este modelo, visa simular um arco em blocos de pedra calcária argamassada, de maneira a estudar o comportamento deste elemento estrutural, presente em muitas das construções de alvenaria na zona de Lisboa.

Para o arco, três situações distintas são analisadas. O primeiro caso, Figura 5.1 (a), o arco é analisado sem reforço. No segundo caso, Figura 5.1 (b), o arco é reforçado com um cabo de aço, que liga o topo das colunas, similar ao descrito na Secção 3.3.1. Esta é uma solução usual no reforço de arcos de alvenaria.

No terceiro cenário de estudo aplica-se o Método do Arco Reforçado (ver Figura 5.1 (c)), onde um cabo de pré-esforço é introduzido no extradorso do arco e posteriormente tensionado (ver Secção 3.3.2 para uma descrição detalhada deste método de reforço).

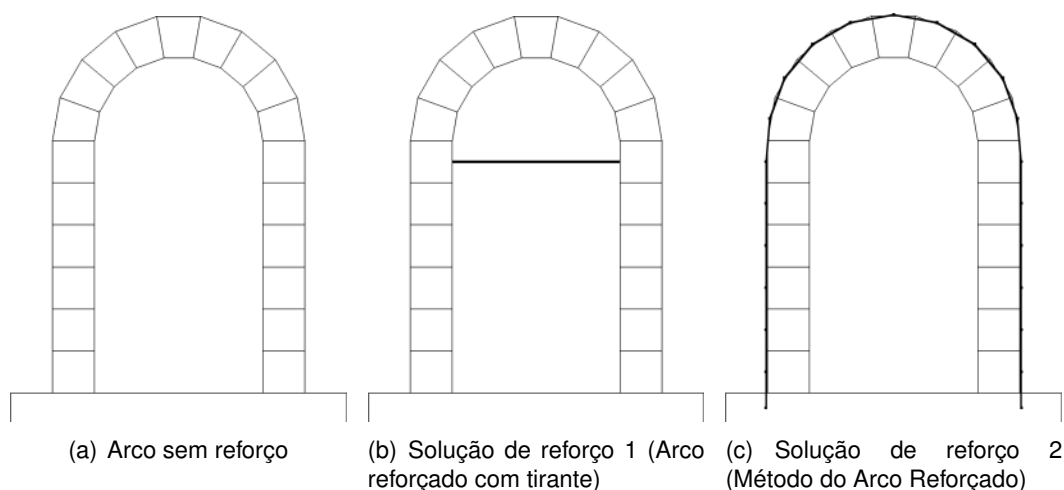


Figura 5.1: Caso de estudo

5.1.1 Geometria

O modelo numérico elaborado no programa 3DEC, apresentado na Figura 5.2, pretende representar um arco de volta perfeita em alvenaria de pedra, apoiado sobre duas colunas. O arco apresenta um vão de 2,0 m e secção transversal retangular de 0,5 m de espessura e 1,0 m de largura. A estrutura foi decomposta em 22 blocos, incluindo o bloco que serve de suporte. O arco tem uma altura aproximada de 4,5 m.

5.1.2 Condições de fronteira

Com o intuito de estudar o comportamento do arco dentro e fora do plano, nenhuma restrição foi imposta ao arco. O bloco de suporte (base) foi fixo, restringindo-se os movimentos e as rotações nas três direções. A ação sísmica foi aplicada ao bloco de base do modelo, prescrevendo as três componentes do movimento.

5.1.3 Representação dos blocos e contactos

No presente estudo, os blocos foram considerados como corpos rígidos. Esta suposição fornece uma boa aproximação ao comportamento das estruturas de alvenaria construídas com materiais rígidos e fortes, uma vez que a maior parte da deformação do sistema ocorre ao nível das juntas, pelo movimento relativo entre os blocos discretos que compõem a estrutura.

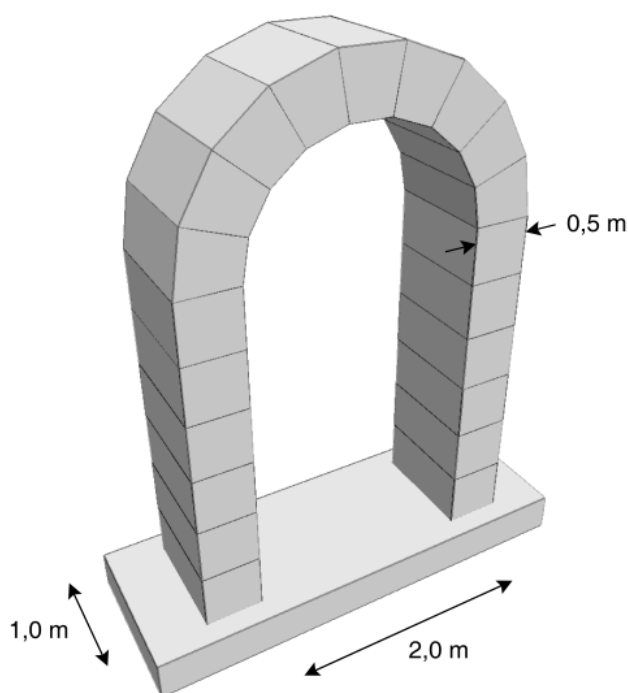


Figura 5.2: Geometria do modelo numérico

Embora o 3DEC permita efetuar análises numéricas com blocos deformáveis através da discretização dos blocos em elementos de diferenças finitas tetraedricos, estudos anteriores como o de Oliveira et al. [111], ou o de Papantonopoulos et al. [118], entre outros (e.g. [44], [114], [123]), confirmam que um modelo de blocos rígidos é capaz de representar adequadamente o comportamento dinâmico de construções em alvenaria de pedra.

Para o cálculo do contacto, as faces dos blocos rígidos são discretizadas. O 3DEC possibilita a representação do contacto por meio de 4, 5 e 9 pontos em cada face do bloco (como descrito na Secção 4.5.4), permitindo com o aumento do número de pontos de contacto, uma discretização mais precisa das forças de interação. Uma análise de sensibilidade foi realizada para melhor perceber qual o número de pontos de contacto a considerar na análise. Deste modo, para as três hipóteses possíveis de discretização dos blocos, foi comparado o valor da frequência fundamental do modelo. Como se constata pela Figura 5.3, mesmo com o aumento do número de pontos de contacto a solução não converge. Assim para o presente estudo, foi considerado o número máximo de pontos de contacto que o programa permite adotar.

A Figura 5.4 mostra a discretização considerada para os blocos do modelo numérico, com pontos de contacto em cada um dos vértices, um ponto de contacto intermédio nas aresta e um ponto central em cada face, perfazendo um total de 9 pontos em cada face do bloco.

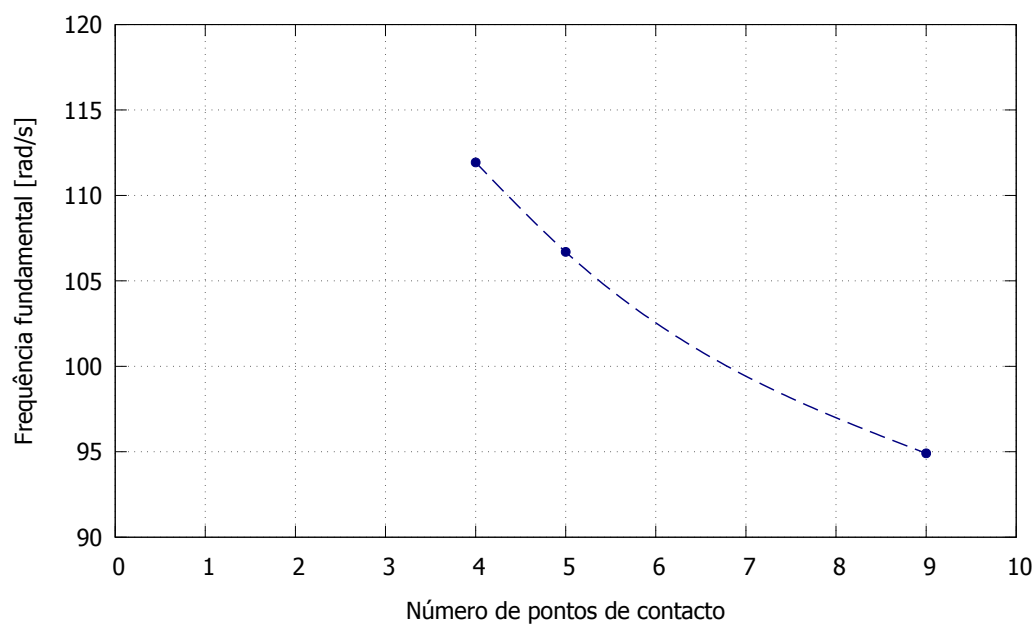


Figura 5.3: Análise de convergência, para apurar o número de pontos de contacto em cada face do bloco

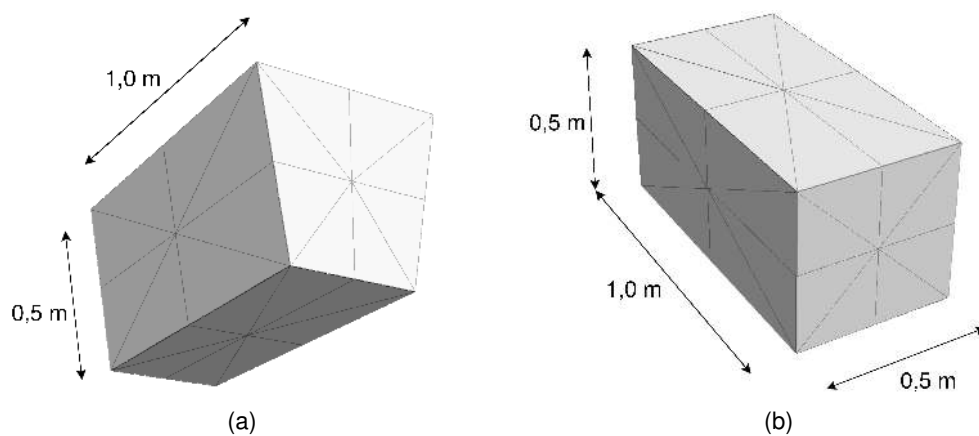


Figura 5.4: Detalhe da discretização dos blocos representativos da (a) pedra angular e (b) pedra das colunas

5.1.4 Propriedade dos materiais

Existem vários recursos disponíveis para o estudo experimental do comportamento mecânico dos materiais, nomeadamente, ensaios laboratoriais adequados e testes in situ não destrutivos ou medianamente destrutivos. Porém, o arco em análise é um modelo académico (fictício) pelo que não é possível recorrer-se a ensaios para caracterizar as propriedades dos diferentes materiais. Para tal efetuou-se uma recolha de resultados experimentais publicados e de valores disponível na literatura, de modo a melhor parametrizar os materiais que o constituem.

Porém, é preciso ter em conta que: a) quanto aos ensaios experimentais realizados em laboratório, para além das dificuldades inerentes, que existem sempre na aferição das características com base em ensaios normalizados, existe ainda uma grande escassez e dispersão dos resultados; b) relativamente aos ensaios não destrutivos encontrados na literatura, apesar da interpretação dos seus resultados se encontrar normalizada, o seu uso depende em grande parte do bom senso e experiência dos utilizadores, uma vez que, a maioria desta informação obtida é de carácter qualitativo e serve apenas como base de comparação [136]. Como consequência destas adversidades, atualmente, ainda não existe uma base de dados experimentais relativos a estes materiais, capaz de servir de suporte ao desenvolvimento e calibração de ferramentas numéricas [99].

5.1.4.1 Blocos

Uma vez que os blocos são modelados como corpos rígidos, o único parâmetro necessário definir diretamente na modelação dos blocos é a massa volúmica do calcário. Contudo o módulo de elasticidade da pedra calcária é utilizado indiretamente no modelo, para o cálculo da rigidez das juntas (ver Secção 5.1.4.2).

A Tabela 5.1 apresenta valores disponíveis na literatura para o módulo de elasticidade e massa volúmica da pedra calcária. Segundo Carvalho et al. [31], a massa volúmica da pedra calcária portuguesa varia entre 2190 kg/m^3 e 2710 kg/m^3 , enquanto que Amaral et al. [10], sugere um intervalo mais abrangente entre 2000 kg/m^3 e 2900 kg/m^3 . Este último sugere um intervalo de valores entre 20 GPa e 70 GPa para o módulo de elasticidade do calcário. A título de exemplo, Lemos et al. [91] no seu modelo tridimensional de Elementos Discretos de um dos pilares do aqueduto das Águas Livres em Lisboa, utiliza um valor médio de 2660 kg/m^3 para a massa volúmica da pedra calcária, com base em testes laboratoriais obtidos a partir de amostras retiradas dos pilares do aqueduto. As propriedades dos materiais usados para os blocos, na calibração do modelo numérico, são apresentadas na Tabela 5.2.

5.1.4.2 Juntas

As propriedades mecânicas atribuídas às juntas, têm como propósito simular o comportamento de uma argamassa histórica. O termo argamassa histórica é

Tabela 5.1: Dados disponíveis na literatura para valores do módulo de elasticidade e da massa volúmica da pedra calcária

Loc.	Ref.	E_{unit} [GPa]	ρ [kg/m ³]	Tipo de pedra calcária
DE	[79]	63,8	2620	
EU	[62]	16,8 – 75,0	2340 – 2790	
	[79]	27,0	2300	
FR	[33]		1600 2000	Pedra calcária macia Pedra calcária dura
GB	[42]	30,0	2600	
	[48]	15,0	2100	
		14,1	2680	
GR	[129]	6,5	2200	
IL	[117]	24,8 – 60,5	2360 – 2630	Bina
		44,4 – 49,0	2420 – 2490	Nekarot
IT	[21]	9,5		Noto
	[22]	6,1		
Mundo	[105]		2500 – 2700	Pedra dura
			2300 – 2500	Pedra macia
	[23]		1950 – 2680	
PT	[30]	5,0 – 20,0	2300	Calcário de Lioz
	[109]	13,0		Pedra calcária dura
		5,0		Pedra calcária alterada
	[50]	35,0	2700	
		5,0	2300	
	[31]		2190 – 2710	
	[10]	20,0 – 70,0	2000 – 2900	
	[48]	110,0	2600	
	[129]	50,0	2700	
	[91]	68,0	2660	
	[93]	14,8	2348	Calcário travertino

Tabela 5.2: Propriedades mecânicas dos blocos

Massa volúmica [kg/m ³]	2600
Módulo de elasticidade [GPa]	30,0

usado para todos os tipos de argamassas que foram usadas antes da invenção do cimento Portland no século XIX [11]. A investigação sobre estas argamassa tem sido tradicionalmente focada em estudos de composição química e mineralógica bem como nas características da aparência e não nas características mecânicas. Tal abordagem é limitada pelo facto de não ser tecnicamente viável, do ponto de vista da conservação, a extração de amostras com dimensão suficiente para a realização de testes normalizados e pela pouca fiabilidade que os testes não normalizados apresentam em amostras de pequenas dimensões [43]. Todavia, apresenta-se na Tabela 5.3 uma síntese de valores para o módulo de elasticidade de argamassas de alvenarias históricas, relacionando a época e a respetiva composição da argamassa.

Quanto ao comportamento mecânico das juntas é adotado um critério de rotura de Rankine para a tração e o de Mohr-Coulomb para o corte (Figura 4.11). Como já descrito na Secção 4.5.6, o 3DEC utiliza uma abordagem de contactos deformáveis para as juntas, onde a rigidez de contacto é definida por duas molas nas direções normal e tangencial, cuja rigidez relaciona as forças de interação de contacto com o deslocamento relativo entre os blocos (Figura 4.10).

Uma vez que se optou pela representação rígida dos bloco, para maior eficiência computacional, a deformabilidade de todos os materiais deve ser agrupada nas juntas [41], sendo esta deformabilidade global da estrutura, dada pelos parâmetros de rigidez da junta. Na direção normal (perpendicular à superfície de contacto), o comportamento da junta é governado pelo parâmetro da rigidez normal (k_n). Esta, pode ser estimada a partir do módulo de elasticidade da pedra calcária (E_{unit}), do módulo de elasticidade da argamassa (E_{mortar}) e do espaçamento das juntas, através da equação (5.1):

$$k_n = \left(\frac{h_{unit}}{E_{unit}} + \frac{h_{mortar}}{E_{mortar}} \right)^{-1} \quad (5.1)$$

onde, h_{unit} representa a altura média dos blocos e h_{mortar} a espessura média das juntas, tendo sido atribuído a estes dois parâmetros o valor de 0,5 m (ver Figura 5.4 (b)) e 0,03 m respetivamente. Quanto a este último valor, teve-se em consideração o estudo de Neuwald-Burg e Pfeifer [107] sobre argamassas históricas, onde afirma que em estruturas de alvenaria antigas a média das espessuras das juntas é de 0,03 m. De notar ainda, que o esmagamento das juntas não foi considerando como critério de rotura.

No presente estudo, existe uma resistência limite aos esforços de tração (σ_t) para a argamassa. Se a resistência à tração exceder a tensão normal, então a tensão normal é nula (ver Figura 4.11 (a)). Segundo Sarhosis e Sheng [131] quaisquer valores de suavização de tensão (ou resistência residual à tração) são considerados insignificantes ao modelar alvenarias de baixa resistência de aderência. Assim, o amolecimento da tensão de tração foi considerado insignificante neste estudo. A Tabela 5.4 apresenta uma gama de valores de resistência limite aos esforços de tração para argamassas históricas obtida da

literatura. Tendo-se optado por um valor característico de 0,50 MPa.

Na direção tangencial é adotada a relação constitutiva de Mohr-Coulomb, elasto-perfeitamente plástica (ver Figura 4.11 (b)). Durante a fase elástica o comportamento da junta é caracterizado pela rigidez tangencial, enquanto que a sua resistência ao corte é dada pelo coeficiente de atrito e coesão da junta (ver Secção 4.5.6). Para o parâmetro da rigidez tangencial da junta, adotou-se sensivelmente metade da rigidez normal (equação (5.2)). Esta foi uma das simplificações adotadas por Azevedo et al. [17], onde na ausência de parâmetros de calibração da rigidez das juntas, esta suposição permite que o modelo seja calibrado usando um único parâmetro, ou seja, através da rigidez normal das juntas.

$$k_s = 0,55 \cdot k_n \quad (5.2)$$

Já para os parâmetros da coesão e ângulo de atrito, os seus valores característicos foram obtidos com base no *Probabilistic Model Code* [70]. Note-se no entanto, que a fim de evitar algum estado intermédio, que pudessem causar a fissuração das juntas, durante a aplicação das forças gravíticas, foram usados elevados valores de coesão e resistência à tração para os estados estáticos (ou seja, quando o modelo é levado ao equilíbrio sob o peso próprio).

Todas as propriedades mecânicas definidas para as juntas são apresentados na Tabela 5.5, onde se constata que todos os valores adotados no presente estudo, encontram-se dentro da gama de valores obtidos na literatura.

5.1.5 Amortecimento

A atenuação das vibrações neste tipo de estruturas é baixa, assim para se ser conservativo, a simulação numérica deve ser realizada com amortecimento muito baixo, preferencialmente com a componente do amortecimento de Rayleigh proporcional à rigidez [84, 123]. Contudo, a utilização da componente do amortecimento proporcional à rigidez requer passos de tempo extremamente reduzidos para garantir a convergência e a estabilidade da solução, implicando elevados tempos de cálculo computacional [87].

No presente estudo, adotou-se inicialmente o amortecimento de Rayleigh, com um valor de amortecimento de 5 % para os dois primeiros modos de vibração da estrutura (ver curva a tracejado da Figura 5.5). Contudo, posteriormente, para evitar o aumento do esforço computacional, optou-se por considerar um amortecimento equivalente mas apenas com a componente de amortecimento de Rayleigh proporcional à massa, e este corresponde a 5,27 % do amortecimento crítico para a primeira frequência da estrutura. A curva azul do gráfico da Figura 5.5 representa a curva do amortecimento aplicado, onde se nota o amortecimento para as três frequências mais baixas da estrutura (ω_1 , ω_2 e ω_3). Uma vez que esta componente do amortecimento é inversamente proporcional à frequência, esta opção implica que para frequências mais altas o amortecimento seja diminuto,

Tabela 5.3: Dados disponíveis na literatura para valores do módulo de elasticidade de argamassas históricas

Loc.	Ref.	Época	E_{mortar} [GPa]	Composição da argamassa
DE	[107]	V – XV ^a	2,44 – 3,23	Argamassa de cal
		XVI – XVIII ^b	8,02	
		XIX	2,26 a 6,82	
IT	[28]	c. 100 a.C. ^c	3,37	Cal hidratada combinada com cinzas pozolânicas
	[27]	60 – 160 d.C.	3,00	Cal hidratada combinada com cinzas pozolânicas
	[67]	27 a.C. – IV ^d	3,37	Tufo vulcânico e fragmentos de tijolo (<i>caementa</i>) ligados por cal e cinzas vulcânicas
		27 a.C. – IV ^d	3,24	Mistura de cinzas vulcânicas e cal
	[22]		2,40	Mistura de cal e areia
	[68]	96 – 115 a.C.	1,75 – 9,17	Várias formulações
		96 – 115 a.C.	3,16	Cal e cinzas pozolânicas
PT	[144]	XV – XVI	1,50	Cal calcítica; agregado silicioso com conchas e carvão basáltico
		XVIII – XIX	1,90	Cal dolomítica; agregado silicioso com conchas, carvão e compostos hidráulicos
TR	[13]	c. 1299 – 1923 ^e	1,13	Cal hidratada combinada com pó de tijolo e água
	[43]		<1,60	Várias formulações com cal, areia e metacaulim
	[35]		0,13	Cal hidráulica natural (NHL5)
			0,08	Cal hidráulica natural (NHL3,5)
			0,04	Cal hidráulica natural (NHL2)
			0,02	Cal cálcica (CL90s)
	[58]		0,10	Argamassa de cal

^aIdade Média; ^bÉpoca Barroca; ^cÉpoca do Imperador Trajano; ^dRoma Imperial;^eÉpoca do Império Otomano.

Tabela 5.4: Dados disponíveis na literatura para valores da resistência à tração de argamassas históricas

Loc.	Ref.	Época	σ_t [MPa]	Composição da argamassa
IT	[28]	c. 100 a.C. ^a	0,50	Cal hidratada combinada com cinzas pozolânicas
	[27]	60 – 160 d.C	0,68 – 0,90	Cal hidratada combinada com cinzas pozolânicas
	[68]	96 – 115 a.C.	0,80 – 0,90	Várias formulações
		96 – 115 a.C.	0,95 – 1,09	Cal e cinzas pozolânicas
	[58]		0,52	Argamassa de cal
			1,34	Cal hidráulica

^aÉpoca do Imperador Trajano

Tabela 5.5: Propriedades mecânicas das juntas

Módulo de elasticidade [GPa]	1,50
Rigidez axial [GPa/m]	27,27
Rigidez tangencial [GPa/m]	15,00
Coesão [MPa]	1,0
Ângulo de atrito [°]	30
Resistência à tração [MPa]	0,50

podendo produzir algum ruído na resposta da estrutura.

5.1.6 Passo de cálculo

A calibração do passo de cálculo no modelo numérico, realizou-se através de uma análise de sensibilidade do fator de segurança $frac$. Este fator reduz o intervalo de tempo crítico (passo de cálculo) para a estabilidade do método (ver Secção 4.5.10 para detalhes sobre estabilidade numérica). Segundo Gago [48] o valor de 0,50 é em geral suficiente para garantir a estabilidade do método, sendo que o programa 3DEC assume por defeito o valor de 0,1. Para refinar este fator de segurança considerou-se a divisão do valor por defeito (0,1) por 2 elevado a n . Temos assim:

$$frac = \frac{0,1}{2^n} \quad (n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \text{ e } 7) \quad (5.3)$$

O objetivo da análise é avaliar a resposta da estrutura, para diferentes intervalos de tempo crítico, quando sujeita ao peso próprio e à ação sísmica. A análise foi realizada sequencialmente. Primeiro, o modelo foi trazido ao equilíbrio sob o seu próprio peso. Depois, o movimento sísmico foi aplicado na base da estrutura. Para simular a ação sísmica, utilizou-se um acelerograma correspondente ao terremoto de Vrancea (Roménia) de 1977, o mesmo utilizado por Gabriela Sincaian [17] (ver Figura 5.6). O registo do terremoto de Vrancea corresponde a condições de

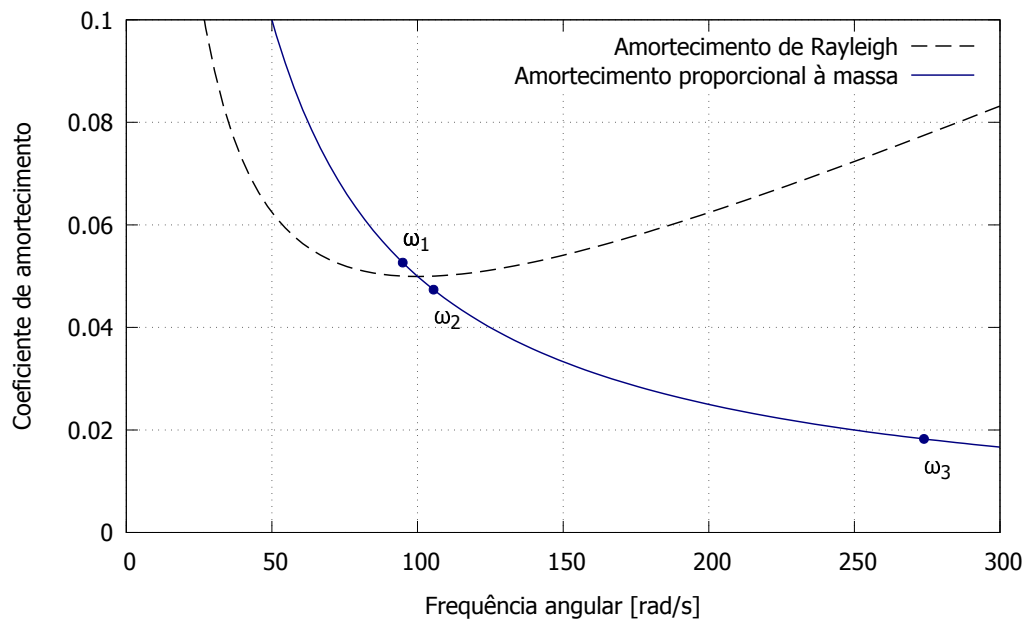


Figura 5.5: Variação do amortecimento com a frequência angular

solos predominantemente de consistência mole, sendo especialmente rico no domínio de baixas frequências e, portanto, foi usado para analisar a resposta do sistema estrutural de baixa frequência do arco. A ação sísmica foi aplicada ao bloco de base do modelo, prescrevendo as três componentes do movimento.

Este processo foi repetido para diferentes valores do parâmetro $frac$ e subsequentemente para diferentes intervalos de tempo. No sentido de avaliar a resposta da estrutura, monitorizou-se o deslocamento do bloco no topo do arco, para se perceber as diferenças na resposta do arco em cada análise. O gráfico da Figura 5.7 foi assim traçado, para cinco segundos de ação sísmica e a partir deste foi calculado o erro relativo para os diferentes valores do fator de segurança (ver Tabela 5.6), assumindo como valor exato o menor intervalo de tempo (0,1/128). Constata-se que não existe grande variação da resposta do arco.

O gráfico da Figura 5.9 relaciona a posição final do bloco (deslocamento total) para os diferentes intervalos de tempo crítico e a duração da simulação numérica. Pode-se observar que o tempo de cálculo das análises é exponencialmente maior para intervalos de tempo crítico menores e que a curva das análises começa a convergir para um valor de 0,1/4 sendo esse o valor assumido para intervalo de tempo crítico (passo de cálculo) das análises realizadas no Capítulo 6. De notar que, no respetivo gráfico, foi adotado uma escala logarítmica, no eixo das abscissas, para melhor percepção da curva de convergência das soluções. A Figura 5.8 apresenta o padrão de resposta do arco em vários momentos na análise, para um valor de $frac = 0,1/4$.

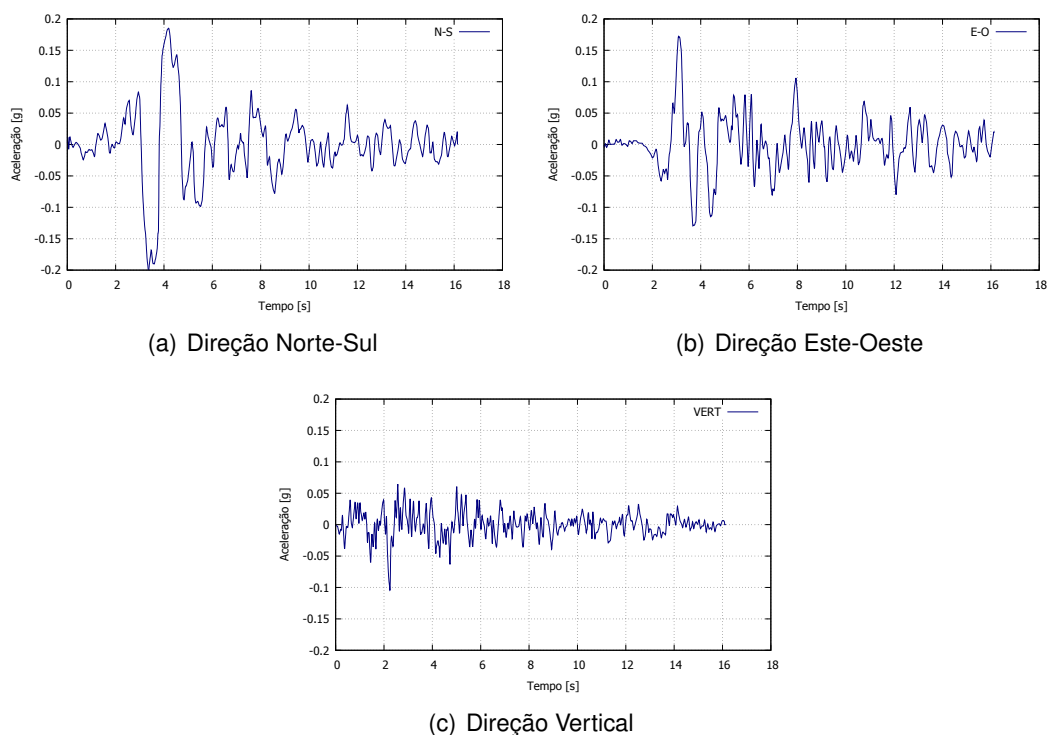


Figura 5.6: Acelerograma de Vrancea

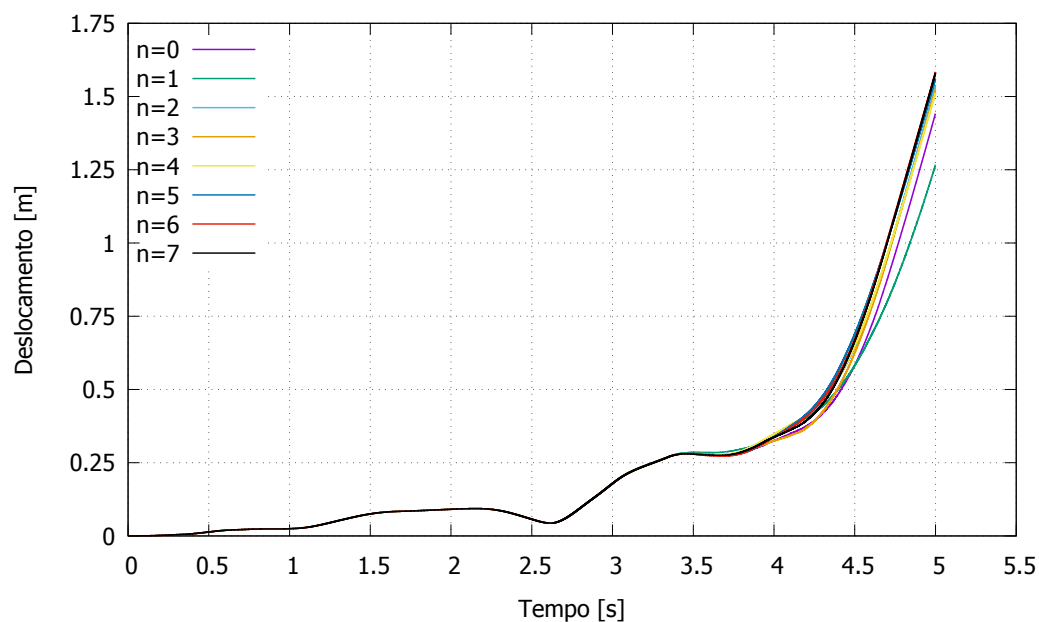


Figura 5.7: Deslocamento total (nas três componentes do movimento) da pedra angular

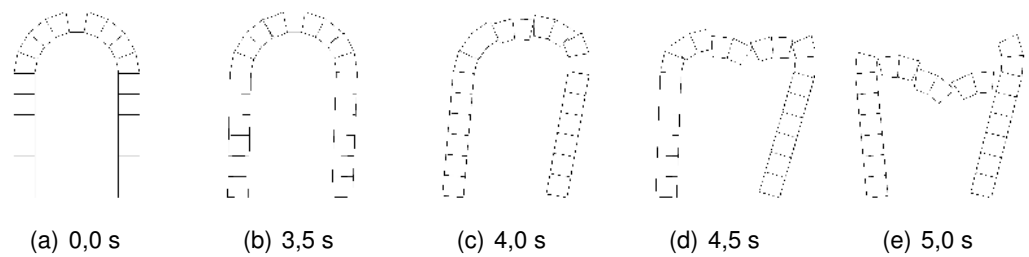


Figura 5.8: Padrão de resposta

Tabela 5.6: Erro relativo para diferentes passos de cálculo

n	frac	Erro relativo [%]
0	0,1	1,99
1	0,1/2	2,64
2	0,1/4	0,63
3	0,1/8	1,22
4	0,1/16	0,87
5	0,1/32	0,68
6	0,1/64	0,39
7	0,1/128	0,00

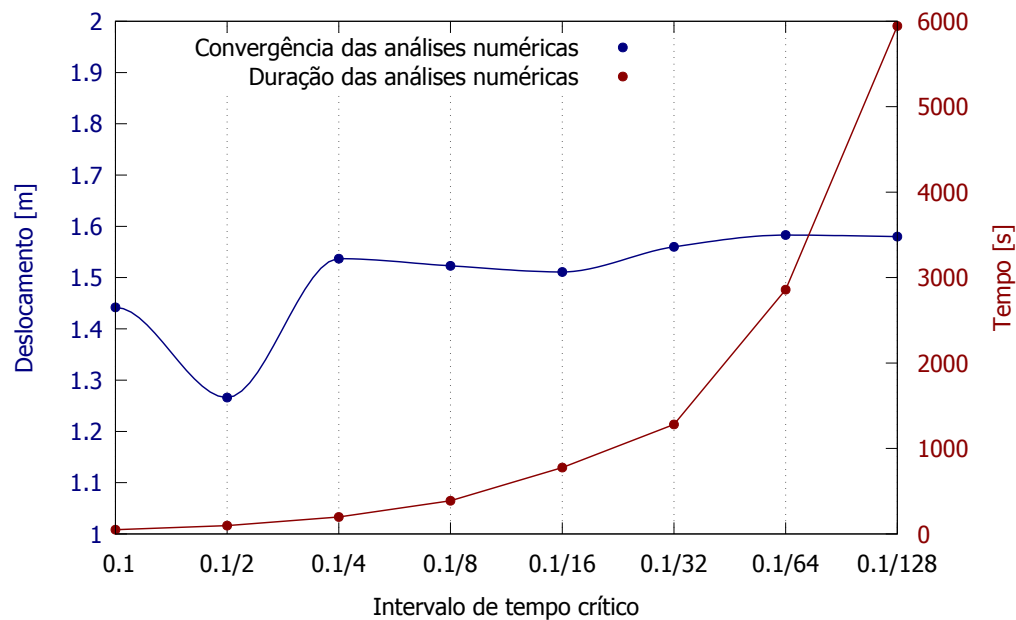


Figura 5.9: Análise da convergência e duração das análises numéricas

5.2 Frequências próprias e modos de vibração

Os modelos de elementos discretos, destinam-se principalmente a analisar processos de deformação progressiva e a rotura por mecanismos de colapso. No entanto, para que o modelo tenha utilidade, este deve ser capazes de simular corretamente a completa resposta estrutural.

Assumindo que as juntas são elásticas, isto é, impedindo o deslizamento e abertura das juntas, as frequências naturais do sistema podem ser determinadas [84]. A Tabela 5.7, apresenta os valores dos primeiros oito modos de vibração, para o modelo numérico definido anteriormente. No entanto, deve-se ter em conta que o comportamento não linear das juntas, pode levar a um sistema menos rígido.

A determinação das frequências próprias do arco possibilitou a comparação com os resultados reportados por Lemos [84], onde podemos verificar que os valores das frequências para os modos de vibração mais baixos, são da mesma ordem de grandeza. Com base na Figura 5.10 é possível perceber que a primeira e segunda frequências de vibração do modelo numérico, correspondem a um modo de deformação simétrico, dentro e fora do plano, respetivamente. Já para a terceira frequência, o modelo apresenta um modo de deformação por torção.

Tabela 5.7: Frequências próprias do modelo numérico, para os oito primeiros modos de vibração

Modo	Frequência [Hz]
1	15,105
2	16,795
3	43,596
4	54,417
5	83,896
6	94,543
7	104,364
8	127,527

5.3 Representação do reforço

Um esquema para implementar cabos de reforço, externos à estrutura, desenvolvido por Lemos [17] foi adaptado e posteriormente implementado nos modelos numéricos. Este consiste em ligar dois (ou mais) pontos, de dois (ou mais) blocos distintos, podendo ser blocos adjacentes, ou blocos distantes um do outro.

O programa de cálculo 3DEC não inclui estes elementos de reforço numa forma conveniente para ser aplicado em estruturas de alvenaria. Contudo o programa possui uma linguagem embutida, bastante útil e poderosa, que permite

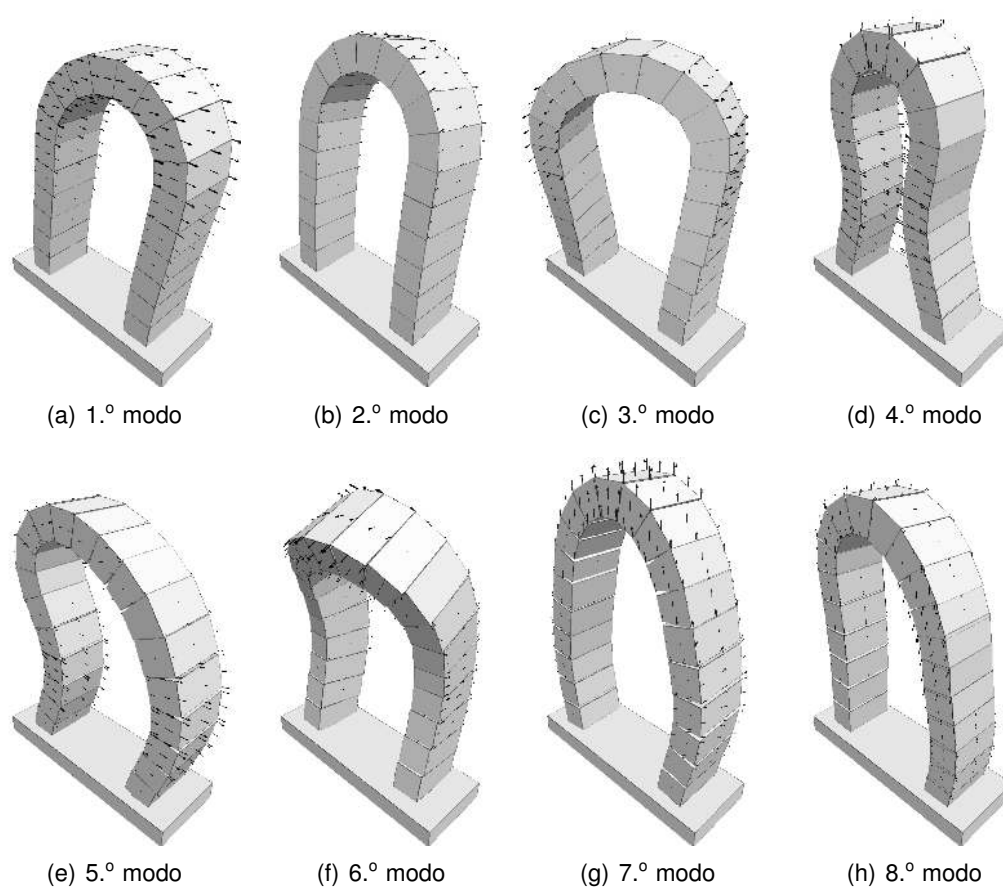


Figura 5.10: Modos de vibração do modelo numérico

ao utilizador programar funcionalidades adicionais, o FISH (ver Secção 4.5.2 para mais detalhes). Assim, foram acrescentadas funcionalidades que permitem ao programa incluir elementos de reforço estrutural, tais como cabos, com as características desejadas pelo utilizador. Abordagens semelhantes foram já aplicadas e validadas por vários autores (e.g. Azevedo et al. [17], Azevedo e Sincraian [16] e Lemos et al. [92]).

Assim, o esquema desenvolvido por Lemos foi adaptado e implementado no âmbito da presente dissertação para incluir elementos de reforço estruturais com as características desejadas, sendo possível definir as propriedades mecânicas e geométricas deste, bem como uma tensão inicial que permite simular o efeito do pré-esforço. Um modelo elástico perfeitamente plástico é adotado para os elementos de reforço, não existindo limite de deformação (ou seja a rotura do cabo não foi considerada nas análises numéricas). De notar ainda, que não é considerada a rutura da aderência entre os elementos de reforço e os blocos onde estão fixados (ligação perfeita) e que o peso próprio destes elementos não é contabilizado nas simulações numéricas.

O procedimento para implementação destes elementos de reforço no programa 3DEC, segue as seguintes etapas:

1. São escolhidos pontos de ligação, ate perfazer a geometria desejada para o traçado do cabo, sendo deste modo definidas as ligações aos diferentes blocos (Figura 5.11);
2. É definida uma lei de tensão-deformação. Esta pode incluir qualquer tipo de comportamento não-linear, podendo este ser diferente para deformações positivas e negativas;
3. Pode ser definido um pré-esforço inicial, para o qual uma tensão e deformação inicial são calculados;
4. São aplicadas as forças externas (ou movimento do solo) que atuam na estrutura. No caso de forças estáticas, estas são aplicadas gradualmente, num esquema idêntico a de um carregamento dinâmico;
5. É calculada a nova posição dos pontos de ligação aos blocos, com base na localização das novas posições dos blocos;
6. É calculada a deformação aplicada ao cabo, com base na nova posição dos pontos de ligação aos blocos;
7. Com base na deformação do cabo, é calculada a tensão induzida neste, através da lei de tensão-deformação definida;
8. Um conjunto de forças é aplicado aos pontos de ligação, com base na tensão do cabo. A direção das forças tem em consideração a nova posição dos pontos que estão ligados aos blocos, sendo assim capaz de acompanhar grandes deformações impostas pela estrutura;

9. O equilíbrio para este conjunto de forças é calculado, dando-se início a uma nova sequência de carregamento, correspondente ao incremento das forças externas (ou movimento do solo). Retorno à etapa 4.

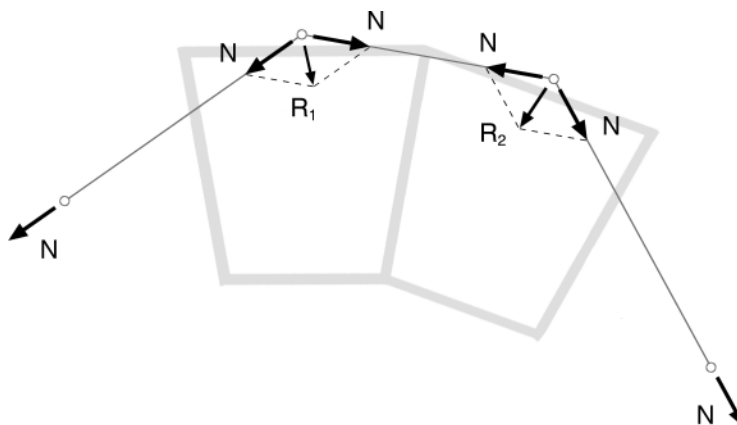


Figura 5.11: Esquema de implementação do cabo de pré-esforço no extradorso do arco de alvenaria

As soluções de reforço implementadas no modelo numérico, são apresentadas na Figura 5.12. Na primeira solução, um cabo de aço, com secção transversal de 113 mm^2 , é colocada entre os topos das duas colunas de suporte, Figura 5.12 (a), atravessando o vão a uma altura de 2,75 m da base. A sua tensão de cedência é de 500 MPa. Esta é uma solução comumente aplicada em arcos e abóbadas, com já visto anteriormente (Secção 3.3.1).

O RAM é a segunda solução de reforço aplicada ao arco, este consiste na aplicação de um cabo de aço no extradorso do arco, que depois de tensionado, é fixado, induzindo um estado compressivo adicional ao arco de alvenaria (ver Secção 3.3.2 para detalhes sobre este método). Dispositivos de conexão, necessários para fixar o cabo ao arco, foram posicionados ao centro da face exterior de cada bloco, fazendo com que o cabo acompanhe perfeitamente a geometria do arco e deslize sobre este, ver Figura 5.12 (b). O cabo pré-esforçado por pós-tensão é fixo nas extremidades ao bloco de suporte, com uma força constante ao longo do traçado, correspondente à força de pré-esforço aplicada ao cabo (P), calculada segundo a seguinte expressão:

$$P = 0,8 \cdot A_p \cdot f_y \quad (5.4)$$

em que A_p é a área da secção transversal do cabo de pré-esforço e f_y a sua tensão de cedência. Verifica-se que a compressão induzida pela força de pós-tensão, não excede a resistência à compressão dos materiais da alvenaria (blocos e argamassa). As características do cabo de pré-esforço EN 10138 – BS 5896 de 7 fios [14] aplicado ao modelo, encontram-se na Tabela 5.8.

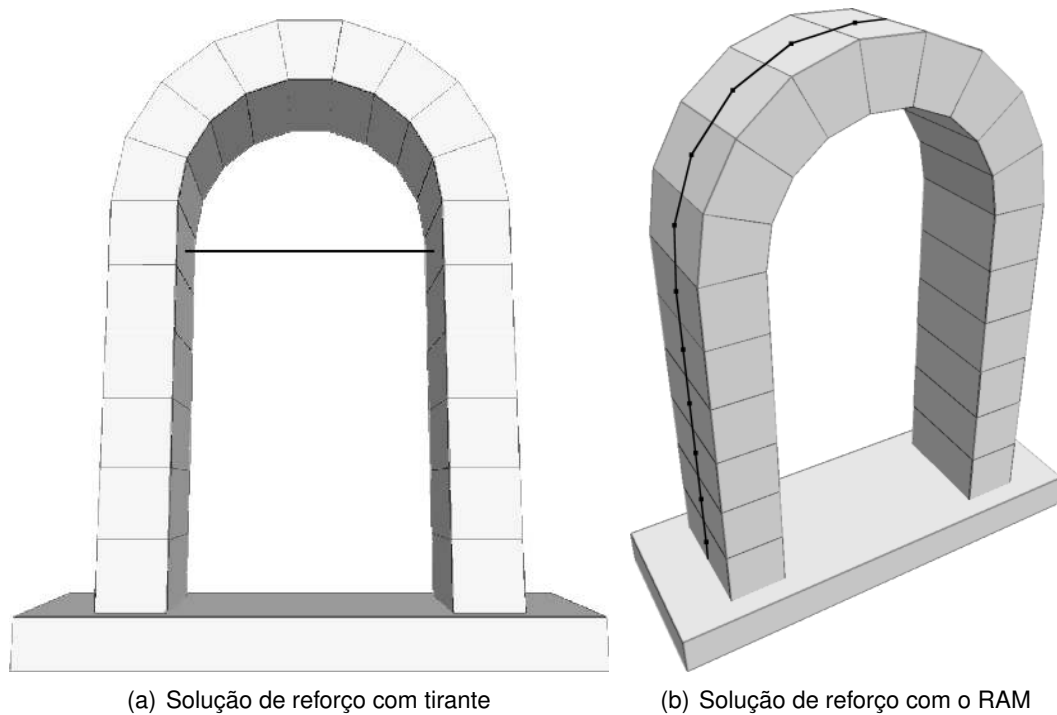


Figura 5.12: Soluções de reforço aplicadas ao arco de alvenaria

Tabela 5.8: Propriedades mecânicas dos cabos de reforço

	Reforço 1	Reforço 2
Área de secção transversal [mm ²]	113	93
Módulo de elasticidade [GPa]	200	200
Tensão de cedência à tração [MPa]	500	1860
Força de pré-esforço [kN]		138,4

Capítulo 6

Avaliação da vulnerabilidade sísmica

O presente capítulo descreve a metodologia adotada para estimar a vulnerabilidade sísmica de um arco em alvenaria. Será inicialmente caracterizada a ação dos sismos, seguindo-se a exposição do tema da variabilidade probabilística de parâmetros chave do modelo e seguidamente todo o processo que levou à conclusão do estudo e a metodologia adotada, passando pelas análises dinâmicas incrementais e a construção das curvas de fragilidade da estrutura em estudo.

6.1 Introdução

Existe um grande número de monumentos históricos com grande valor arquitetónico e cultural dispersos por todo o mundo e que desmerecem de proteção contra eventos sísmicos. Muitos destes são feitos de alvenaria de pedra e foram construídos para resistir apenas a cargas verticais, sendo considerados bastante vulneráveis a ações sísmicas. Grande parte destes monumentos encontram-se ao redor do mar Mediterrâneo, sendo esta região geográfica de grande atividade sísmica [15], estando assim expostas a um elevado risco, que é ainda mais crítico em centros urbanos onde as consequências do colapso tendem a ser severas em termos de perdas sociais e económicas [32]. Uma correta avaliação da vulnerabilidade sísmica é portanto, o primeiro passo no processo de mitigação deste risco, fornecendo informação adequada para a reabilitação e preservação destes monumentos históricos.

Entenda-se por vulnerabilidade sísmica a predisposição de uma estrutura para sofrer danos, quando exposta a uma ação sísmica. É possível reduzir esta predisposição, atuando por exemplo, no aumento da capacidade de carga de uma estrutura através da aplicação de soluções de reforço adequadas. Desta forma, ao reduzir a vulnerabilidade sísmica de um edifício, os eventuais danos são mitigados [80, 145].

A metodologia probabilística de avaliação da segurança sísmica, baseada na

determinação da vulnerabilidade, implementada no presente estudo, permite quantificar a probabilidade de colapso de uma estrutura. De notar que esta avaliação tem como base análises sísmicas não lineares efetuadas no programa de cálculo de elementos discretos – 3DEC.

6.2 Definição da ação sísmica

As análises dinâmicas não lineares exigem que o sinal de entrada de uma ação sísmica seja definido na forma de acelerações ao longo do tempo, sendo geralmente necessário que estas sejam ajustadas com base nos espectros de resposta elástica. Segundo Guerreiro [54] a fórmula mais utilizada pelos regulamentos atuais para definirem a ação sísmica a considerar no dimensionamento e verificação da segurança de estruturas é através da especificação de espectros de resposta. O objetivo dos espectros regulamentares de dimensionamento é estabelecer os valores mínimos de resistência que as estruturas de uma dada região devem apresentar de acordo com a sismicidade desse local. No entanto, a verificação da segurança de uma estrutura não pode ser feita analisando a resposta para uma única ação sísmica.

No presente estudo, um conjunto de 12 registos sísmicos¹, composto principalmente por eventos sísmicos históricos que ocorreram por todo o mundo, foi usado neste estudo. Os registos foram selecionados de modo a ter em conta duas características: o pico de aceleração do solo (PGA) e a duração. A Tabela 6.1 apresenta uma breve descrição, bem como características dos registos sísmicos (magnitude, duração e pico de aceleração do solo) utilizados na análise. Informação detalhada sobre os registos pode ser encontrada no anexo A, bem como os respetivos acelerogramas.

Tabela 6.1: Conjunto de registos sísmicos selecionados para a análise

Descrição do registo	M_w	Duração [s]	PGA [g]
1999 Chi-Chi, TCU045	7,62	90,0	0,51
1976 Friuli, Tolmezzo	6,50	36,4	0,36
1961 Hollister, Hollister City Hall	5,60	40,6	0,11
1979 Imperial Valley, El Centro Array #11	6,53	39,5	0,38
1995 Kobe, Kakogawa	6,90	40,9	0,32
1999 Kocaeli, Yarmca	7,51	35,0	0,32
1992 Landers, Lucerne	7,28	48,1	0,82
1969 Lisboa, Lisbon-Tejo	7,80	25,9	0,03
1989 Loma Prieta, BRAN	6,93	25,0	0,51
1994 Northridge, Castaic - Old Ridge Route	6,69	40,0	0,57
1983 Trinidad, Rio Dell Overpass - E Ground	5,70	21,4	0,18
1977 Vrancea, Bucharest-Building Research Institute	7,50	16,1	0,20

¹Registos extraídos de [2, 4]

Uma vez que este estudo se concentra na avaliação da vulnerabilidade sísmica de um arco em alvenaria na região de Lisboa, cada registo sísmico foi ajustado para o espectro de resposta regulamentar. Para o efeito foi utilizado o programa SeismoMatch, capaz de ajustar acelerogramas de eventos sísmicos, com um espectro de resposta alvo, através de algoritmos que usam funções *wavelets*. Este foi proposto por Abrahamson [7] e Hancock et al. [55]. É também possível combinar simultaneamente uma série de acelerogramas e obter um espectro de resposta médio correspondente, cujo a discordância máxima respeite uma tolerância pré-definida [134].

Os espectros de resposta elástica horizontal e vertical foram definidos segundo o ponto 3.2.2.2 e o ponto 3.2.2.3 da NP EN 1998-1 [63] respetivamente. Estes foram definidos em função da sismicidade local, das características do terreno de fundação, da classe de importância da estrutura, bem como do coeficiente de amortecimento considerado na estrutura. Na Tabela 6.2, apresenta-se a caracterização da ação sísmica utilizada no presente estudo.

Tabela 6.2: Caracterização da ação sísmica

Acção sísmica	Tipo 1 e 2
Zona sísmica	3
Classe de importância	II
Tipo de terreno	D
Amortecimento	5 %

Foi também tido em conta o ponto 3.2.3.1.2.(4) da NP EN 1998-1. Este define que no conjunto dos acelerogramas num domínio do período compreendido entre $0,2 \cdot T_1$ e $2 \cdot T_1$, sendo T_1 o período fundamentas da estrutura na direção segundo a qual será aplicado o acelerograma, nenhum valor do espectro de resposta elástica médio calculado deverá ser inferior a 90 % do valor do espectro de resposta elástica regulamentar.

A Figura 6.1 compara o espectro de resposta regulamentar para a AST 1 na direção horizontal (a tracejado) com a média dos 12 espectros de resposta depois de ajustados. Como se pode ver na figura os dois espectros são coincidentes para o intervalo definido (0,02 s a 0,2 s). O espectro de resposta médio toma o valor de 0,62 g no período fundamental da estrutura (0,07 s). De notar que o período fundamental foi calculado para os valores característicos, apresentados nas Tabelas 5.2 e 5.5. Uma análise similar pode ser feita para as figuras presentes no Apêndice B onde é possível comparar a forma do espectro de resposta elástica para a AST 1 e 2 nas 3 direções (horizontal 1, horizontal 2 e vertical) com os espectros de resposta calculados.

Segundo Guerreiro [54] na análise através de processos estocásticos, é habitual considerar que as vibrações sísmicas podem ser representadas por um processo estocástico, estacionário e gaussiano, com a densidade espectral de potência

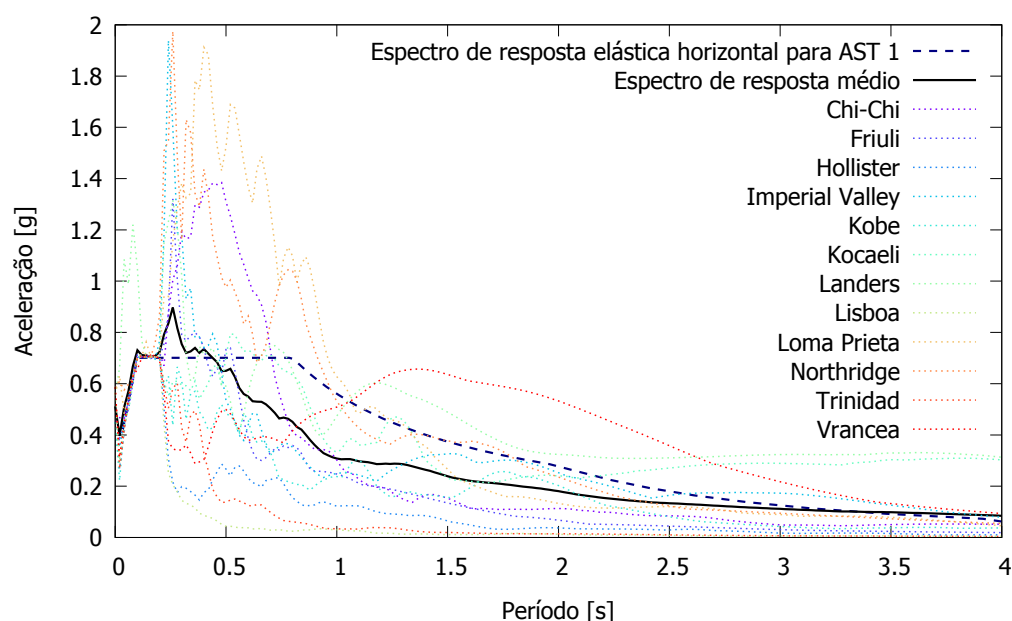


Figura 6.1: Espectros de resposta ajustados dos registos sísmicos da Tabela 6.1 (componente horizontal para AST 1)

dada pela função $S_x(\omega)$. A função de densidade espectral de potência², define-se com a transformada de Fourier da função de autocorrelação de um determinado sinal representado no tempo $x(t)$. Esta função pode ser interpretada como uma medida do conteúdo energético do processo, sendo o produto $S_x(\omega) \cdot \Delta\omega$ uma medida da energia contida numa banda de frequência de largura infinitesimal $\Delta\omega$, centrada na frequência ω .

Através de uma rotina em Matlab [104] criada e disponibilizada pelo orientador deste trabalho, foi possível o cálculo da função de densidade espectral de potência de aceleração ($S_{a0}(\omega)$), apresentado na Figura 6.2 (b), a partir do espectro de resposta horizontal (Figura 6.2 (a)) definido para o sismo regulamentar caracterizado na Tabela 6.2. Como se pode observar na Figura 6.2 (b), as frequências mais baixas da estrutura (ω_1 e ω_2) estão distantes do pico de conteúdo energético. De notar que para as subseqüentes frequências da estrutura (frequências mais altas) o valor do conteúdo energético diminui. Depreende-se assim que a estrutura é pouco sensível para este espectro de potência.

6.3 Variabilidade probabilística de parâmetros chave

A avaliação de fiabilidade de estruturas ou elementos estruturais existentes é um processo afetado por incertezas. Atualmente, incertezas em variáveis básicas aleatórias são tratadas de uma forma simplificada, através de coeficientes parciais. Uma vez que o método dos coeficientes parciais de segurança é uma

²Vulgarmente referida como espectro de potência

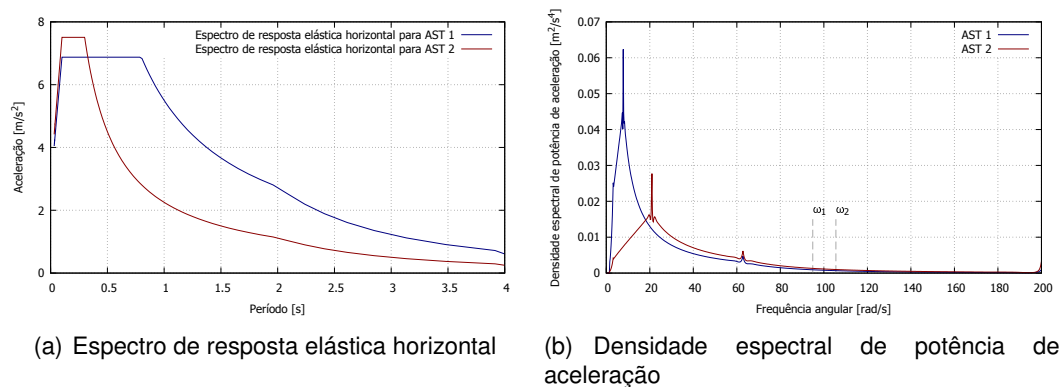


Figura 6.2: Função de densidade espectral de potência gerado através do espectro de resposta elástica regulamentar, para as AST 1 e 2

abordagem do lado da segurança, pode levar a uma estimativa conservadora da fiabilidade real da estrutura.

Enquanto que noutros campos da engenharia, como a aeronáutica e a engenharia mecânica, as técnicas probabilísticas são comumente aplicadas, a aplicação de métodos probabilísticos em engenharia civil foi até agora limitada. Contudo estas técnicas são de especial interesse em campos que lidam com materiais com comportamento altamente não-linear e difícil expressão numérica da capacidade portante, como as estruturas históricas de alvenaria [103].

No entanto, o número de utilizações dos modelos probabilísticos tem aumentado, e os benefícios desta metodologia em comparação com aqueles comumente usados geralmente são confirmados: Proske [122] relata vários exemplos bem sucedidos, principalmente relacionados à avaliação de segurança probabilística de pontes de arco históricas realizadas nos últimos anos; Sýkora [140] estabelece um modelo probabilístico para a resistência à compressão da alvenaria histórica e Anzani [12] investiga a deterioração dos materiais de alvenaria e o comportamento a longo prazo de edifícios antigos com uma simples abordagem probabilística.

6.3.1 Incerteza nas propriedades mecânicas dos materiais

As incertezas de várias fontes devem ser avaliadas e integradas num modelo de variáveis básicas. São vários os tipo de incertezas que podem ser levados em conta:

- Incertezas físicas ou mecânicas intrínsecas. Esta fonte de incerteza é geralmente melhor descrita por processos estocásticos no tempo e no espaço, embora seja frequentemente modelada de maneira mais simplista por meio de variáveis aleatórias;
- Incerteza de medições. Esta pode resultar de erros aleatórios e sistemáticos na medição de grandezas físicas;

- Incerteza estatísticas, devido à confiança em informações limitadas e amostras finitas;
- Incertezas do modelo. Estas estão relacionadas com a precisão da previsão dos modelos de cálculo utilizados.

Existem vários desafios na aplicação de métodos probabilísticos a edifícios históricos, usualmente construídos em alvenaria e madeira. Marsili [103] enumera algumas dificuldades na aplicação de métodos probabilísticos a essas estruturas:

1. O desconhecimento das técnicas de construção utilizadas, pois estas eram projetadas de acordo com bases empíricas em vez de abordagem de *design* formal, teorias reconhecidas ou normativas;
2. A descrição probabilística das propriedades do material é afetada por grandes incertezas, devido à heterogeneidade e à natureza compósita da alvenaria ou à anisotropia da madeira;
3. A aquisição de dados para a caracterização detalhada das propriedades dos materiais também é um processo complicado [132];
4. As funções de transferência são afetadas por grandes incertezas, sendo possível reconhecer várias fontes destas incertezas:
 - (a) O comportamento real é representado por meio de um modelo ideal não considerando os efeitos locais ou concentrações de tensões, considerando restrições teóricas e dimensões teóricas e desconsiderando tolerâncias dimensionais e erros inevitáveis nas execuções. Esta é uma fonte intrínseca de incertezas;
 - (b) A complexidade das geometrias das estruturas e pormenores construtivos, sem distinção entre elementos decorativos e estruturais, caracterizados pela dependência entre os elementos e um alto grau de indeterminação;
 - (c) Ausência de conhecimento das patologias e alterações induzidas ao longo do tempo.

Assim, uma abordagem probabilística que dependa de muitas variáveis aleatórias é difícil de aplicar. Podendo concluir-se que uma das maiores dificuldades encontradas quando se pretende efetuar a simulação numérica destas estruturas é a caracterização detalhada das propriedades dos materiais que as compõem, pois, na maior parte das vezes trata-se de materiais heterogêneos por natureza. Deste modo, no presente estudo, opta-se por considerar uma abordagem probabilística apenas de incertezas derivadas das propriedades mecânicas dos materiais da alvenaria.

6.3.2 Implementação no caso de estudo

Devido às incertezas associadas às propriedades mecânicas dos materiais, os modelos numéricos foram desenvolvidos, assumindo para alguns parâmetros

chave, uma distribuição probabilística de acordo com o *Probabilistic Model Code*, JCSS [70]. Este sugere um tratamento estocástico, quando as propriedades dos materiais de alvenaria não são completamente conhecidas, mas podem ser definidas em termos estatísticos.

A Tabela 6.3 apresenta os parâmetros-chave, bem como a caracterização probabilística assumida. Note-se que os valores característicos apresentados são os valores utilizados na calibração do modelo no Capítulo 5. Recorreu-se a uma rotina em MatLab, para gerar os valores aleatórios dos parâmetros chave, de acordo com o tipo de distribuição, médias e coeficientes de variação (CV) definidos.

Tabela 6.3: Caracterização probabilística dos parâmetros-chave

Variáveis	Unidades	Valor característico	Distr.	Média	CV [%]
ρ	kg/m ³		N	2600	2,5
E_{unit}	GPa	30,0	LN	1,0	25,0
c	MPa	1,0	LN	1,0	35,0
μ		0,577	LN	1,0	19,0
σ_t	MPa	0,50	LN	1,0	35,0
E_{mortar}	GPa	1,50	LN	1,0	25,0
u			U ^a	0,55	47,2
k_n	GPa/m	27,27	F_1		
k_s	GPa/m	15,00	F_2		

N – Distr. normal; LN – Distr. log-normal; U – Distr. uniforme; F – Função

^a gerado entre [0,1;1]

6.3.2.1 Massa volúmica dos blocos

Ao peso próprio de uma estrutura está afeto o peso das componentes estruturais e não estruturais da mesma. As principais características do peso próprio, segundo o *Probabilistic Model Code* (PMC), podem ser descritas como:

- A probabilidade de ocorrência num instante ponto, arbitrário no tempo, é próximo de um;
- A variabilidade ao longo do tempo é normalmente desprezável;
- As incertezas da intensidade são normalmente pequenas quando comparadas com outros tipo de cargas.

Quanto às incertezas, pode-se distinguir entre:

- Variabilidade numa parte estrutural (normalmente desprezável);
- Variabilidade entre diferentes partes estruturais da mesma estrutura;
- Variabilidade entre várias estruturas.

No presente caso de estudo, somente se considera a variabilidade entre as várias estruturas (modelos numéricos), sendo desprezável a variabilidade das dimensões dos blocos. Assume-se uma distribuição normal para a massa volúmica dos blocos, com uma média de 2600 kg/m^3 e um coeficiente de variação de 2,5 %, seguindo o disposto no PMC.

6.3.2.2 Módulo de elasticidade dos blocos

A distribuição probabilística para o módulo de elasticidade dos blocos de alvenaria, segundo o PMC, deve seguir uma distribuição log-normal. É sugerido um modelo estocástico onde a equação (6.1a) é recomendada.

$$E_{unit,j} = Y_1 \cdot E_{unit} \quad (6.1a)$$

$$E_{unit} = 30,0 \text{ GPa} \quad (6.1b)$$

Os parâmetros estocásticos da variável log-normal (média e coeficiente de variação) para Y_1 são apresentados na Tabela 6.3. O valor característico foi obtido da literatura, como visto anteriormente. A distribuição dos parâmetros gerados para as propriedades mecânicas dos blocos, estão ilustrados na Figura 6.3.

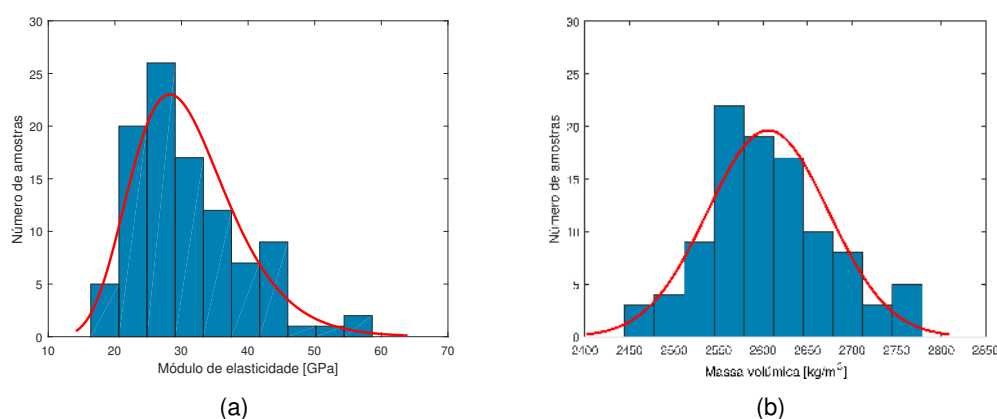


Figura 6.3: Distribuições probabilísticas dos parâmetros chave dos blocos

6.3.2.3 Coesão

Segundo o PMC, o parâmetro da coesão pode ser modelado de acordo com a equação (6.2a). Uma distribuição log-normal é adotada para a coesão, onde os parâmetros estocásticos para a variável aleatória Y_2 são exibidos na Tabela 6.3. De modo a ajustar a curva de distribuição, aos valores apresentados na literatura (referidos na Secção 2.5), optou-se por um coeficiente de variação de 35 %. Note-se que para a coesão residual foi adotado um valor determinístico de 0 MPa.

$$c_j = Y_2 \cdot c \quad (6.2a)$$

$$c = 1,0 \text{ MPa} \quad (6.2b)$$

6.3.2.4 Coeficiente de atrito

O coeficiente de atrito pode ser modelado de acordo com a equação (6.3a), usando os parâmetros probabilísticos que se encontram na Tabela 6.3. O PMC sugere um valor característico de 0,8 para o coeficiente de atrito, contudo, de modo a ajustar a curva de distribuição probabilística deste parâmetro com os valores encontrados na literatura, opta-se por um valor de 0,577. De notar que os valores dos coeficientes de atrito gerados (μ_j) são convertidos e introduzidos nos modelos numéricos em ângulo de atrito. Para o ângulo de atrito residual optou-se por um valor determinístico de 0 °.

$$\mu_j = Y_3 \cdot \mu \quad (6.3a)$$

$$\mu = 0,577 \quad (6.3b)$$

6.3.2.5 Resistência à tração

Para a resistência à tração da alvenaria, na direção perpendicular às juntas de assentamento, o PMC sugere a equação (6.4a), usando os parâmetros probabilísticos que se encontram na Tabela 6.3. Também para a resistência à tração residual foi usado um valor determinístico de 0 MPa.

$$\sigma_{t,j} = Y_4 \cdot \sigma_t \quad (6.4a)$$

$$\sigma_t = 0,5 \text{ MPa} \quad (6.4b)$$

6.3.2.6 Módulo de elasticidade da argamassa

Para o modelo estocástico do módulo de elasticidade da argamassa é sugerida a equação (6.5a). Os respetivos parâmetros são apresentados na Tabela 6.3, sendo que o valor característico deste parâmetro foi obtido da literatura.

$$E_{mortar,j} = Y_5 \cdot E_{mortar} \quad (6.5a)$$

$$E_{mortar} = 1,5 \text{ GPa} \quad (6.5b)$$

6.3.2.7 Rigidez normal

A distribuição probabilística da rigidez normal das juntas é obtido através da reformulação da equação (5.1), que pode ser rescrita sob a forma:

$$k_{n,j} = \left(\frac{h_{unit}}{E_{unit,j}} + \frac{h_{mortar}}{E_{mortar,j}} \right)^{-1} \quad (6.6)$$

onde $E_{unit,j}$ e $E_{mortar,j}$ são os valores gerados segundo as respetivas distribuições probabilísticas para o módulo de elasticidade dos blocos e da argamassa respetivamente.

6.3.2.8 Rigidez tangencial

Para o modelo probabilístico da rigidez tangencial da junta, assume-se simplifcadamente que esta varia entre 10 % a 100 % da rigidez normal. Deste modo gerou-se um número aleatório uniformemente distribuído neste intervalo, onde a função de densidade de probabilidade para uma distribuição uniforme contida no intervalo $[0,1 ; 1]$ é:

$$u(x) = \begin{cases} 1/(1 - 0,1) & 0,1 \leq x \leq 1 \\ 0 & x < 0,1 \wedge x > 1 \end{cases} \quad (6.7)$$

A equação (5.2) pode ser rescrita sob a forma:

$$k_{s,j} = u \cdot k_{n,j} \quad (6.8)$$

onde $k_{n,j}$ é o valor obtido através da equação (6.6). A distribuição dos parâmetros gerados para as propriedades mecânicas das juntas, encontra-se ilustrado na Figura 6.4.

6.3.2.9 Espaço amostral

Um critério importante na análise estatística é a dimensão do espaço amostral. O número de amostras é essencial para conhecer a fiabilidade dos resultados. Assim espaços amostrais maiores levam a resultados mais fiáveis, mas a maiores tempos de análise. Por outro lado, menores espaços amostrais exigem menor trabalho de análise, mas conduzem a uma menor fiabilidade nos resultados.

A fim de se saber qual o número de amostras relevante para originar resultados estatisticamente fiáveis, realizou-se um estudo da variação do desvio padrão e do respectivo erro relativo ao longo do espaço amostral. Nas Figuras 6.5, 6.6 e 6.7 observa-se que o desvio padrão estabiliza para valores perto da centena e que com o aumento do número de amostras o erro relativo baixa, onde para 100 amostras, o erro relativo encontra-se abaixo dos 10 %. Assim, os resultados levam a crer que para um total de 100 amostras, o espaço amostral é adequado para que os resultados subsequentes sejam confiáveis e tenham relevância em termos estatísticos.

Foram assim, desenvolvidas 100 amostras distintas de acordo com a variação dos parâmetros gerados, onde a cada amostra corresponde um modelo do arco

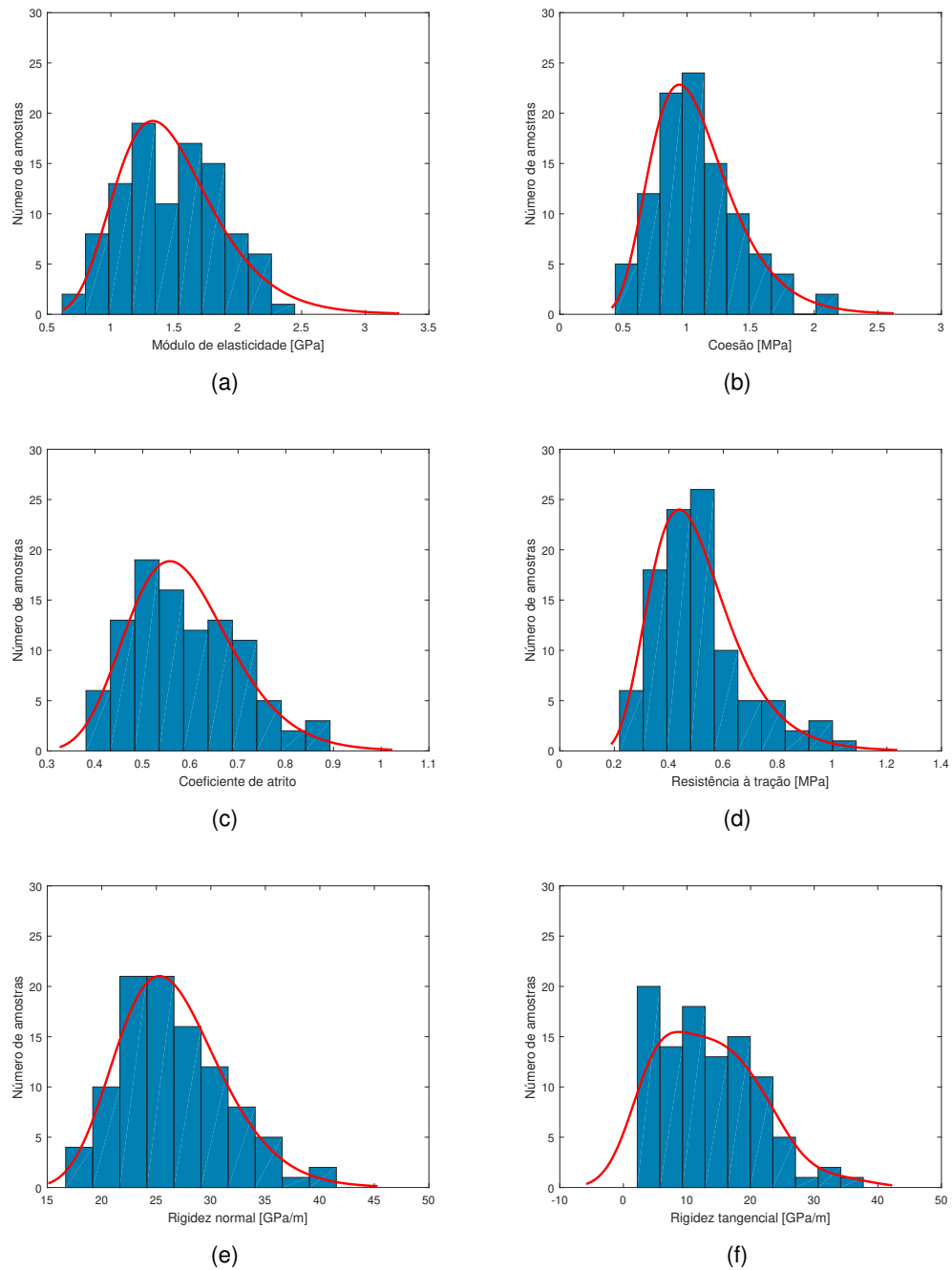


Figura 6.4: Distribuições probabilísticas dos parâmetros chave das juntas

de elementos discretos com diferentes propriedades mecânicas.

Foram associados aleatoriamente os vários cenários sísmicos, descritos anteriormente a cada modelo numérico e foram realizadas análises dinâmicas incrementais de modo a construir as curvas de fragilidade e avaliar a vulnerabilidade sísmica do arco sem reforço. Seguidamente o mesmo processo foi repetido para o arco com as duas soluções de reforço (arco reforçado com tirante e com cabo de pré-esforço) perfazendo um total de 300 modelos numéricos.

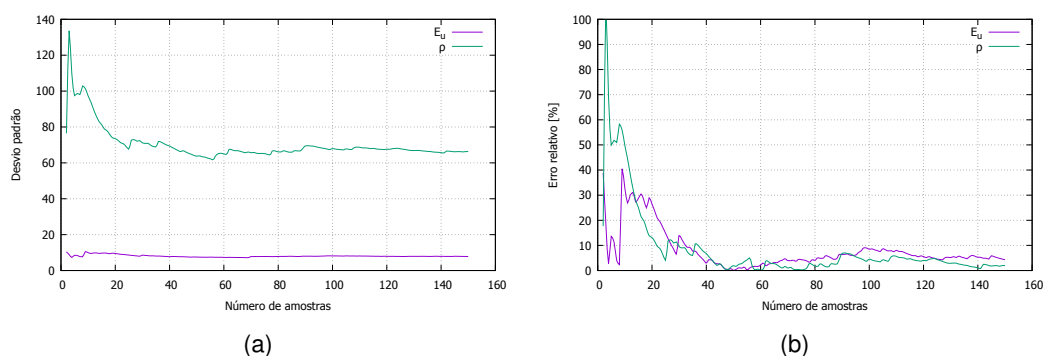


Figura 6.5: Parâmetros dos blocos: (a) Evolução do desvio padrão no espaço amostral; (b) Erro relativo do desvio padrão no espaço amostral

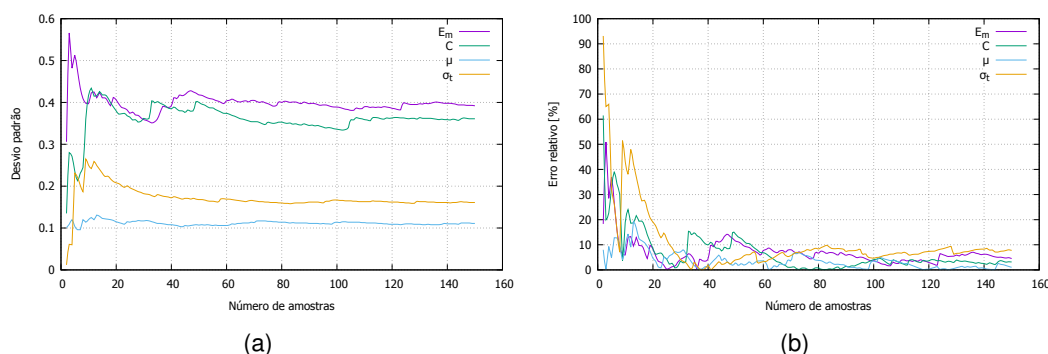


Figura 6.6: Parâmetros das juntas: (a) Evolução do desvio padrão no espaço amostral; (b) Erro relativo do desvio padrão no espaço amostral

6.4 Abordagem à análise dinâmica incremental

A análise dinâmica incremental (IDA) é um método de análise paramétrica que permite estimar o desempenho estrutural sob ações sísmicas [143]. O modelo estrutural é submetido a uma série de análises dinâmicas no tempo, impondo incrementos na intensidade da ação considerada, de modo a levar a estrutura a percorrer todas as gamas de comportamentos, desde a fase elástica até à

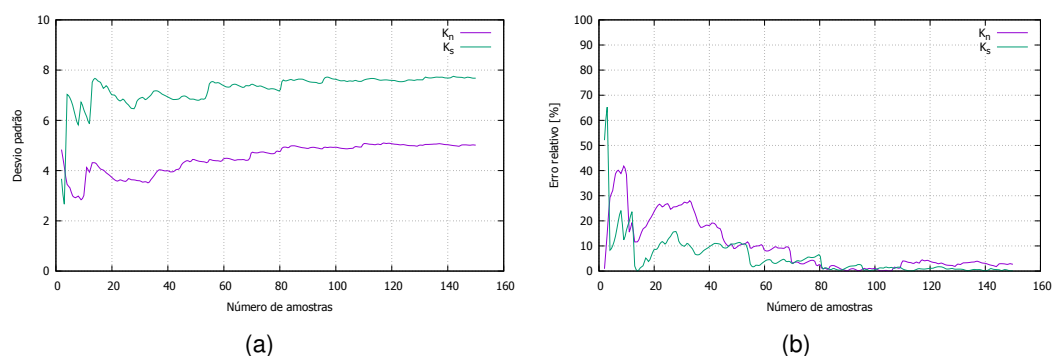


Figura 6.7: Rigidez das juntas: (a) Evolução do desvio padrão no espaço amostral; (b) Erro relativo do desvio padrão no espaço amostral

plástica e finalmente ao seu colapso.

Atualmente a IDA tem sido adotada pela *U.S. Federal Emergency Management Agency* (FEMA) como o método estabelecido para determinar a capacidade resistente global, sendo um método amplamente aplicável e tendo como objetivos:

- (a) Compreensão da relação entre a gama de resposta da estrutura e os diferentes níveis de ação sísmica;
- (b) Melhor compreensão das implicações estruturais de eventos sísmicos mais severos;
- (c) Melhor compreensão das alterações da resposta estrutural à medida que a intensidade da vibração do solo aumenta;
- (d) Estimativa da capacidade dinâmica global da estrutura;
- (e) Compreensão da estabilidade ou variabilidade de todos estes itens consoante o registo sísmico a que são submetidos.

Este tipo de análise serviu de base para o desenvolvimento do presente trabalho, permitindo posteriormente desenvolver as curvas de fragilidade.

6.4.1 Comportamento dinâmico

Durante a ocorrência de um sismo, este tipo de construções, onde os blocos de pedra são cuidadosamente assentes em cima uns dos outros, com ou sem argamassa, apresentam um comportamento dinâmico complexo, composto por movimentos de deslizamento e rotação dos blocos, de forma independente ou em grupo. Esta resposta estrutural é fortemente não linear, onde o comportamento dinâmico é praticamente impossível de ser tratado analiticamente. Psycharis et al. [123] descreve resumidamente, com base em vários estudos experimentais e numéricos (e.g. Papantonopoulos et al. [118], Papastamatiou e Psycharis [119] e Psycharis et al. [123]) as principais características da resposta deste tipo de estruturas à ação dinâmica:

1. Tais estruturas não possuem modos de vibração próprios no sentido clássico e os períodos de vibrações livres são dependentes da amplitude. Durante um evento sísmico, a resposta muda entre diferentes *modos* de vibração, cada um sendo governado por um conjunto diferente de equações de movimento. Como resultado, a resposta é altamente não linear, em que uma dada estrutura pode colapsar para uma dada excitação e permanecer estável para uma excitação de intensidade superior;
2. A resposta destas estruturas é bastante sensível a pequenas alterações dos parâmetros do sistema ou da excitação. Isso foi confirmado experimentalmente, uma vez que experiências idênticas produziram resultados significativamente diferentes em alguns casos. Esta sensibilidade do comportamento dinâmico também foi evidenciado através de análises numéricas, nas quais pequenas alterações no sistema ou pequenas modificações na excitação da estrutura, alteraram a resposta de forma significativa;
3. A vulnerabilidade destas estruturas à ação sísmica depende de dois parâmetros principais:
 - (a) O período predominante do movimento do solo. Este afeta significativamente a resposta e a probabilidade de colapso, sendo as ações sísmicas de frequências mais baixas as mais perigosas, onde a resposta é caracterizada pela intensa oscilação. Já para frequências mais altas, a oscilação é geralmente menor, contudo o deslizamento entre blocos é mais sentido, especialmente na parte superior da estrutura;
 - (b) A dimensão da estrutura é outro parâmetro importante, sendo que estruturas mais volumosas apresentam maior estabilidade do que estruturas proporcionalmente de menores dimensões.
4. Em geral, estas construções não são vulneráveis à ação sísmica, contudo o colapso pode ocorrer com maior facilidade se houver imperfeições na estrutura, como o recorte dos cantos dos blocos, a existência de blocos deslocados na estrutura, a inclinação das colunas devido à assentamentos, ou devido à falta de partes da estrutura (não sendo possível fazer uso da integridade estrutural original para resistir à ação sísmica). Tais imperfeições são comuns em monumentos antigos e podem colocar em risco a segurança da estrutura em futuros eventos sísmicos.

6.4.2 Aplicação no caso de estudo

O desempenho sísmico do arco foi avaliado através do método da análise dinâmica incremental, onde é possível estudar a resposta da estrutura ao longo de uma gama de intensidades crescentes de excitação sísmica.

Neste estudo, a aceleração de pico do movimento do solo (PGA) foi a grandeza de intensidade escolhida para a análise dinâmica incremental, onde as amplitudes

dos acelerogramas considerados (ver Tabela 6.1), ajustados de acordo com o Eurocódigo 8, foram sucessivamente multiplicadas por um fator de escala, tendo-se obtido dez intensidades e registando-se a resposta para cada simulação.

Os 12 sismos considerados foram ajustados para o espectro de resposta regulamentar, considerando os dois tipos de sismo previstos no EC 8: sismo afastado (tipo 1) e sismo próximo (tipo 2), perfazendo assim um total de 24 sismos. As análises sísmicas realizaram-se para as três direções principais da estrutura (eixos x, y e z).

Foram realizadas Análises Dinâmicas Incrementais (IDA) para o conjunto de 300 modelos numéricos, obtidos, considerando combinações aleatórias das solicitações sísmicas consideradas, escaladas para 10 níveis de PGA, de modo a garantir no último nível de intensidade o colapso em mais de 50 % dos modelos numéricos. Para o arco sem reforço utilizou-se um incremento do PGA de 0,05 g ao passo que para as soluções de reforço 1 e 2 o incremento foi de 0,2 g e 1,0 g, até se perfazer os 10 níveis de intensidade. Contabilizando deste modo, um total de 3 000 análises sísmicas temporais não lineares, resultando em mais de 5 000 horas de simulação numérica, realizadas no programa de modelação 3DEC. As análises foram realizadas em computadores disponibilizados pelo Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Nova de Lisboa, com processadores Intel Core i5 650 com uma frequência de 3,20 GHz, 4,00 GB de memória e um sistema operativo de 64 bits.

Executada a IDA, a avaliação dos danos dos modelos numéricos deriva dos resultados obtidos relativamente aos parâmetros de resposta selecionados.

6.5 Avaliação de danos sísmicos

Entenda-se por dano sísmico numa estrutura, o efeito físico adverso causado por um sismo de determinada intensidade sobre a estrutura e que pode ser diretamente observado num levantamento efetuado após a ocorrência do evento [139]. Os danos observados podem ser agrupados em classes que dependem da gravidade dos mesmos, utilizando-se usualmente classificações distintas que variam entre a ausência de dano e o dano total ou colapso [80] e são específicas para uma determinada tipologia construtiva³. No presente estudo essas classes tomam o nome de estados de dano. Contudo, quantificar o dano numa estrutura é uma tarefa complexa. Existem vários parâmetros que podem contribuir para a determinação do estado de dano que uma estrutura sofre durante um evento sísmico, estes podem ser: a deformação, a força de corte basal, a velocidade relativa, a aceleração absoluta, a energia dissipada, entre outros.

³Entenda-se por tipologias construtivas como sendo subconjuntos de sistemas construídos com características idênticas em termos da sua vulnerabilidade à ação sísmica, ou seja uma determinada tipologia construtiva é um grupo de edifícios que possui aproximadamente as mesmas características do ponto de vista estrutural e construtivo [80].

6.5.1 Métodos de avaliação de danos sísmicos

A quantificação de danos estruturais têm uma importância crítica para a avaliação confiável da perda económica para uma estrutura ou uma região que tenha sido ou possa ser afetada por um abalo sísmico. Apesar destes estados de dano terem sido desenvolvidos para a avaliação da intensidade sísmica numa dada área após um evento sismo, a utilização dos estados de dano foi estendida para a avaliação dos danos pós terremoto, avaliação da vulnerabilidade das estruturas, estimativa de perdas e reabilitação/reforço das estruturas, fornecendo uma compreensão da condição pós-terremoto da estrutura [138].

Existem variadas metodologias de análise do risco sísmico, onde são estudados os danos expectáveis face a um determinado nível da ação sísmica. A *Metodologia para a estimativa de perdas em consequência de sismos*⁴ aqui designada de metodologia FEMA & NIBS, desenvolvida por duas entidades dos EUA, a *Federal Emergency Management Agency*, em cooperação com o *National Institute of Building Sciences*, é um método baseado em modelos mecanicistas⁵ de avaliação da vulnerabilidade sísmica de grande divulgação nesse país.

Esta metodologia tem como objetivo estabelecer procedimentos e orientações para a obtenção de estimativas de perdas, resultantes da ameaça sísmica, ou de estimativas de perdas após a ocorrência de um desastre desta natureza, que serão utilizadas para fundamentarem estratégias de mitigação do risco sísmico e decisões relativas ao planeamento e à gestão da emergência. Recentemente a metodologia FEMA & NIBS tem vindo a ser aplicada noutros países, embora na Europa se verifique alguma dificuldade na calibração de alguns dos seus parâmetros, por exemplo os que traduzem a vulnerabilidade e a fragilidade das tipologias construtivas, em particular no que toca à construção em alvenaria [139]. A metodologia, atribui uma classificação própria aos edifícios, separando-os de acordo com a tipologia construtiva e a sua utilização. Os danos em edifícios encontram-se separados por danos estruturais e danos não estruturais, sendo considerados para cada um deles, cinco estados de dano: ausência de dano, dano ligeiro, dano moderado, dano extenso ou grave e dano completo ou colapso. Os estados de dano são descritos numa escala ordinal, mas os seus limiares são quantificados pela resposta espectral do edifício, após sofrer as exigências do movimento vibratório.

Exemplificativo dos trabalhos que têm sido desenvolvidos recentemente por investigadores portugueses, encontra-se o estudo do edificado afetado pelo sismo de 1998, na ilha do Faial, do qual resultaram, entre outros: um método de classificação de danos que tem em conta as tipologias construtivas da região, uma caracterização do seu parque habitacional e uma análise da vulnerabilidade sísmica do edificado [34, 108, 110].

⁴No original *Earthquake Loss Estimation Methodology* [46].

⁵Os métodos mecanicistas ou analíticos, em que o dano é estimado para cada edifício ou para cada classe de edifícios, através da análise de modelos numéricos, sujeitos a ações sísmicas de intensidade crescente como base estatística (ver 6.6.1).

6.5.2 Procedimento e aplicação ao caso de estudo

No presente trabalho, a avaliação dos danos estruturais foi desenvolvida usando cinco estados limites de dano: DS_0 – nenhum, DS_1 – ligeiro, DS_2 – moderado, DS_3 – extenso ou severo, DS_4 – colapso. Contudo identificar indicadores de avaliação de dano e definir critérios de danos para este tipo de estruturas é um grande desafio. Os indicadores de danos devem ter em conta todos os modos de rotura da estrutura e fornecer resultados consistentes em todas as situações prováveis.

Observando a resposta da estrutura, é evidente que a principal forma de dano, além da perda de material e fissuração (que não é tido em conta na análise numérica) é caracterizada pelo deslizamento e destacamento dos blocos. Assim, a percentagem de perda de área de contacto entre blocos é uma boa medida do deslocamento de um bloco em relação a um outro. Este indicador mede assim, a alteração do contacto de cada bloco após o final de cada simulação.

Devido à particularidade da estrutura, este indicador foi essencial para definir os limites dos estados de dano. Optou-se assim, por monitorizar a área de contacto de todas as juntas do arco (um total de 20) onde a junta mais gravosa, ou seja, a menor das áreas de contacto entre blocos, após o final de cada simulação, é a que define os limites de estados de dano.

A definição dos limites para os estados de dano, DS , foi assim realizado de acordo com a monitorização da área de contacto das juntas do arco após a ocorrência do sismo, A_c , em função da área de contacto inicial da junta, A_{c0} , através da equação (6.9). Com base nesta equação é possível classificar o dano imposto à estrutura pela ação sísmica.

$$[DS] = 1 - \frac{A_c}{A_{c0}} \quad (6.9)$$

Assim, um valor de $DS = 0$ indica que todos os blocos, após a incidência do movimento do solo, permanecem com a mesma área de contacto entre estes, não havendo dano na estrutura, ao passo que para um estado de dano 1 (ou $DS = 1$) a área de contacto entre blocos, em pelo menos uma das juntas é nula, significando que a estrutura colapsou. Já por exemplo, para um dano considerado moderado, $DS \in]0, 2; 0, 4[$, considerou-se que a menor área de contacto entre blocos detém entre 60 % a 80 % da superfície de contacto inicial. Os valores dos limites são apresentados na Tabela 6.4. De notar que os estados limites de dano pertencem ao intervalo de valores entre zero e um.

Uma descrição qualitativa relativa aos estados de dano definidos para o arco em estudo encontra-se sintetizada na Tabela 6.5. Esta em conjunto com as Figuras 6.8, 6.9 e 6.10 (que ilustram vários exemplos de estados de dano para modelos numéricos com diferentes propriedades) permitem uma melhor perceção da definição dos estados de dano. Alguns destes exemplos encontram-se remetidos no Apêndice C.

Tabela 6.4: Definição dos estados limite de dano

Estado de dano	Índice
$DS_0 = 0$	$A_c = A_{c0}$
$DS_1 \in]0; 0, 2]$	$0, 8A_{c0} \leq A_c < A_{c0}$
$DS_2 \in]0, 2; 0, 4[$	$0, 6A_{c0} < A_c < 0, 8A_{c0}$
$DS_3 \in [0, 4; 1[$	$0 < A_c \leq 0, 6A_{c0}$
$DS_4 = 1$	$A_c = 0$

Tabela 6.5: Descrição qualitativa dos estados de dano

Indicação	Estado de dano	Descrição
DS_0	Nenhum	Nenhum dano ou evidencia deste.
DS_1	Ligeiro	O arco encontra-se ligeiramente danificado. Ligeira rotação dos blocos ou deslizamento dos blocos negligenciável.
DS_2	Moderado	O arco encontra-se moderadamente danificado. Significativa abertura das juntas (separação dos blocos). Deslizamento dos blocos.
DS_3	Extenso	O arco encontra-se fortemente danificado. Extenso deslizamento dos blocos. Grande abertura das juntas e rotação dos blocos. Perigo de colapso iminente.
DS_4	Colapso	Colapso do arco.

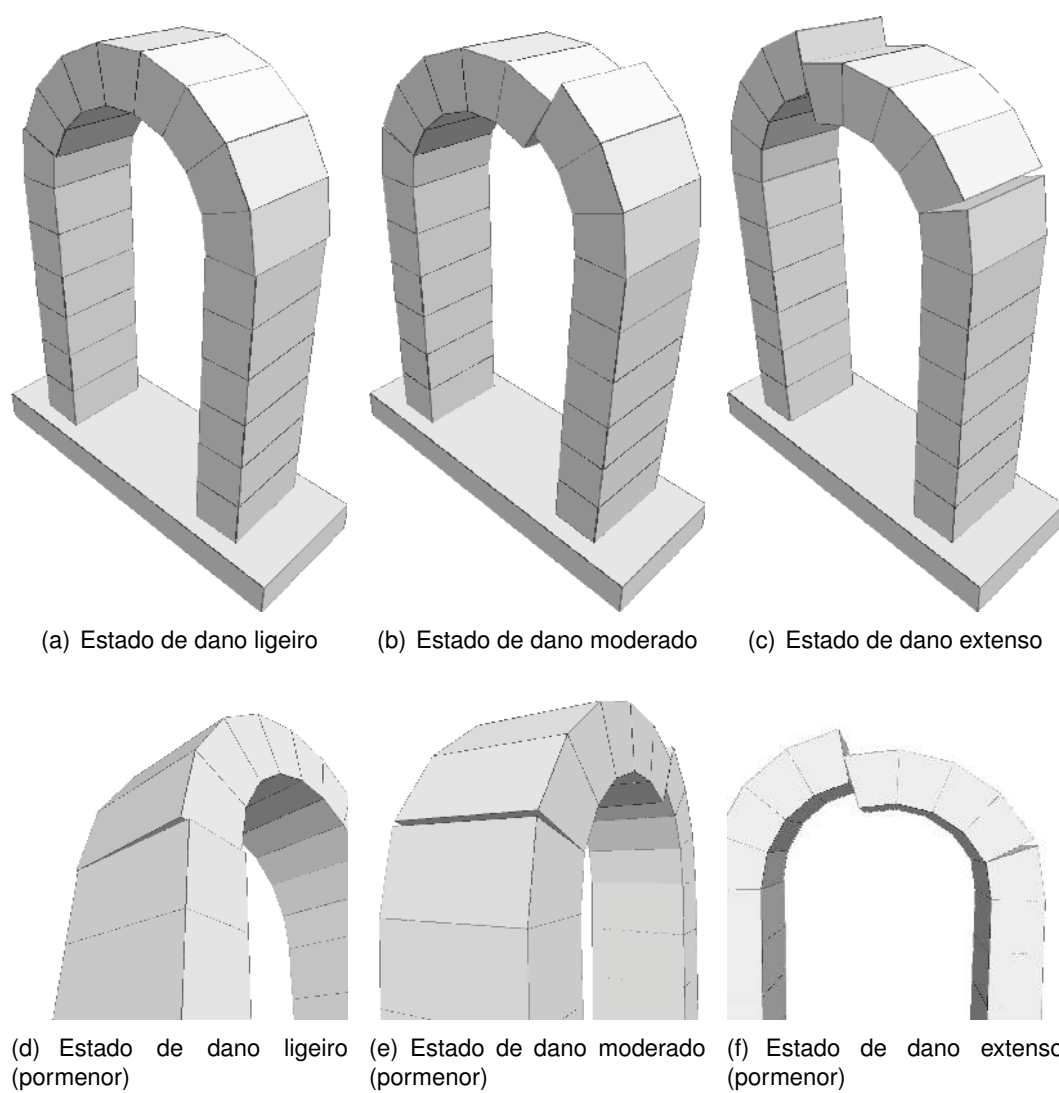


Figura 6.8: Exemplos de estados de dano para o arco sem reforço

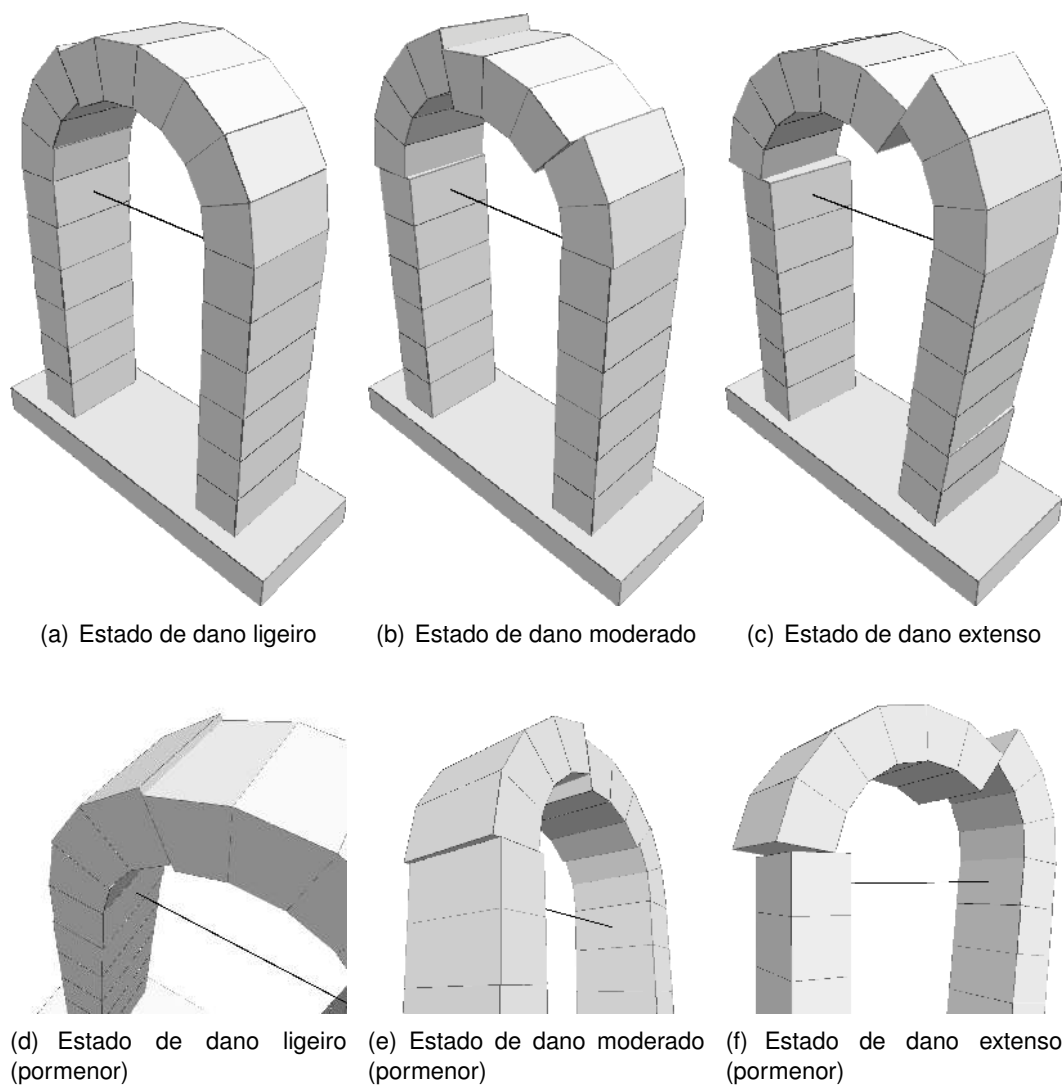


Figura 6.9: Exemplos de estados de dano para o arco reforçado com tirante (solução de reforço 1)

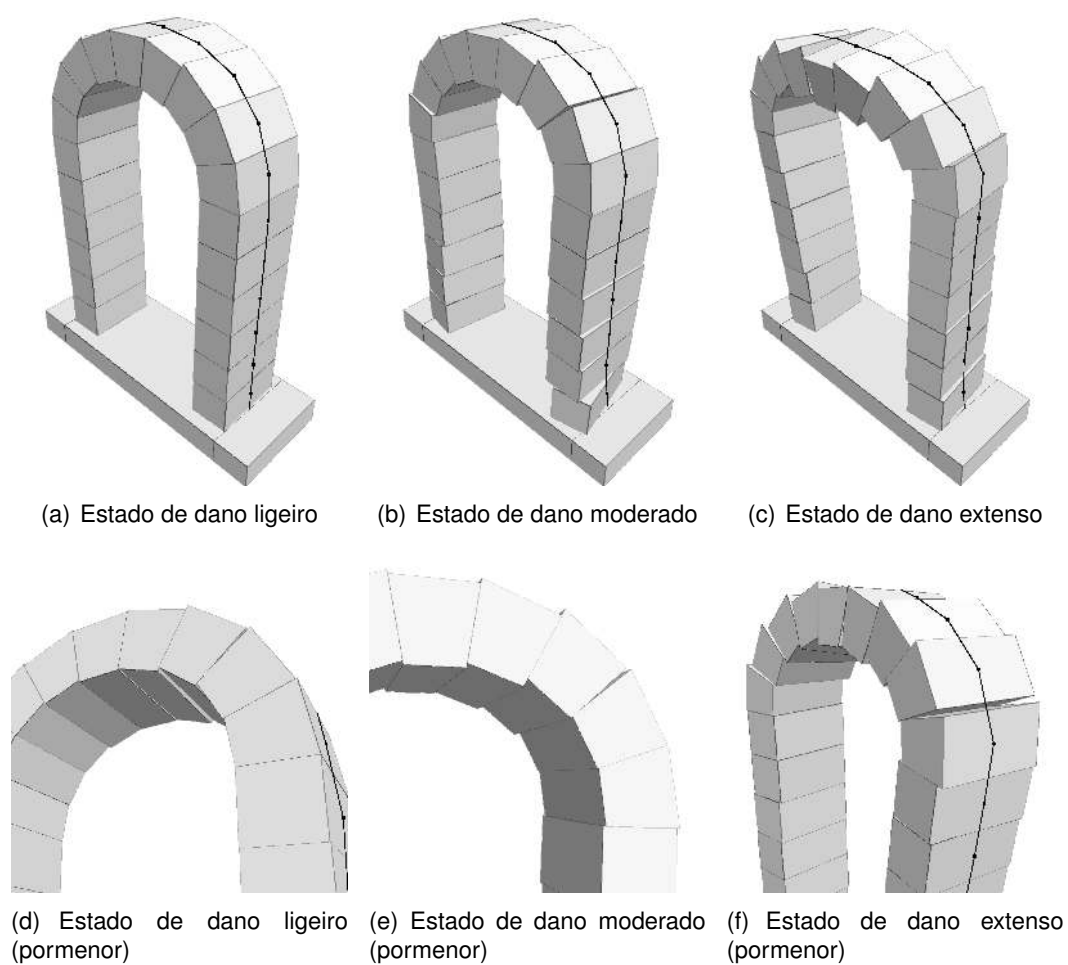


Figura 6.10: Exemplos de estados de dano para o arco reforçado com cabo de pré-esforço pelo extradorso (solução de reforço 2)

6.6 Curvas de fragilidade

A vulnerabilidade de uma estrutura pode ser descrita utilizando curvas (ou funções) de fragilidade. Estas constituem um dos elementos chave da avaliação do risco sísmico e representam a probabilidade de se alcançar ou exceder um estado de dano em função de um parâmetro que representa a intensidade da ação sísmica [78]. Esta intensidade pode ser quantificada por diferentes parâmetros, tais como: a aceleração, velocidade ou deslocamento máxima ao nível do solo (respetivamente PGA, PGV e PGD), bem como a aceleração, velocidade ou deslocamento espectral.

6.6.1 Metodologias

A construção das curvas de fragilidade pode ser obtida mediante a utilização de processos de: simulação, experimentação, observação de danos e da opinião de especialistas [80]. Diferentes métodos podem ser empregues para desenvolver curvas de fragilidade no campo da engenharia sísmica. É comum concordar em classificá-los em quatro grupos genéricos:

- Os métodos denominados de analíticos ou mecânicos baseiam-se na simulação, isto é, na comparação entre as exigências do sismo e a capacidade resistente da estrutura mediante a realização de uma análise numérica da estrutura em estudo. De acordo com o EC8 [63], a análise da estrutura pode ser realizada utilizando análises estáticas lineares, estáticas não lineares, dinâmicas lineares ou dinâmicas não lineares. Após a análise do desempenho sísmico, torna-se necessário considerar as incertezas associadas aos parâmetros estruturais adotados e aos parâmetros da ação sísmica;
- Os métodos experimentais, recorrem à observação dos danos em modelos de estruturas construídos em laboratório e posteriormente ensaiados. Tratam-se de métodos dispendiosos, pois o número de ensaios realizados limita o número de observações;
- Os métodos baseados na observação de danos em estruturas sujeitas à ação sísmica (métodos empíricos), analisam eventos sísmicos passados e efetuam um levantamento de campo de danos reais em estruturas, permitindo uma extensa compilação de estatísticas sobre os estados de dano de várias tipologias construtivas sob os efeitos da ação sísmica. Assim, as curvas empíricas são específicas de um determinado local, pois são obtidas a partir de condições sismológicas e geotécnicas específicas desse mesmo local e das propriedades da tipologia construtiva das estruturas danificadas. De notar que esta metodologia é bastante útil para calibração de resultados obtidos por métodos analíticos ou experimentais;
- Os métodos baseados na opinião de especialistas, baseiam-se nas respostas dadas por um grupo de especialistas, a uma série de perguntas relacionadas com o comportamento da estrutura em causa, fornecendo

assim, uma estimativa da perda média ou da probabilidade de dano dessa estrutura para diferentes níveis de ação sísmica. Deste modo, os resultados dependem unicamente da experiência individual dos peritos consultados;

- Os métodos híbridos integram soluções baseadas nos métodos descritos anteriormente, combinadas de forma criteriosa, de forma a obter os resultados desejados com base nos dados disponíveis.

Uma metodologia analítica foi adotada no presente trabalho, onde através de simulações numéricas não lineares foi possível avaliar a vulnerabilidade sísmica da estrutura em questão.

6.6.2 Construção das curvas de fragilidade

Os estados de dano considerados neste estudo são os especificados anteriormente na Secção 6.5.2. No total, são contemplados cinco estados de dano, designadamente o estado de ausência de dano, o estado de dano ligeiro, o estado de dano moderado, o estado de dano extenso ou severo e o estado de dano completo ou colapso.

As curvas de fragilidade assumem assim a forma de funções de distribuição lognormais, que visam exprimir a probabilidade de se alcançar ou exceder um estado de dano, DS_i , dada uma ação sísmica de determinada severidade. O parâmetro escolhido, representativo desta intensidade sísmica é o PGA.

Para a construção das curvas, considera-se que a probabilidade de a menor área de contacto entre dois blocos adjacentes, A_c , igualar ou exceder os limites definidos para os estados de dano DS_i é de 50 %, e que as curvas de fragilidade são definidas por uma função de probabilidade lognormal cumulativa [46], descrita pela equação:

$$P[DS_i/A_c] = \Phi \left[\frac{1}{\beta_{DS_i}} \ln \left(\frac{A_c}{DS_i} \right) \right] \quad (6.10)$$

onde: Φ representa a função cumulante de uma distribuição normal reduzida e β_{DS_i} representa o desvio padrão do logaritmo natural da variável DS_i . Os valores de probabilidade para cada estado de dano são apresentados na Tabela 6.4.

Na Figura 6.11, as *linhas* que delimitam a transição entre cada um dos estados de dano é designada de limite do estado de dano, obtendo-se assim quatro limites do estado de dano: limite do estado de dano ligeiro (que indica onde termina o estado de ausência de dano e se inicia o estado de dano ligeiro), e os limites do estado de dano moderado, extenso e completo ou colapso, que possuem significado idêntico. As probabilidades somadas de uma estrutura atingir ou exceder os vários níveis de dano em um determinado nível de resposta é igual a 100 %. Ao conjunto dessas *linhas* é atribuída a designação de curvas de fragilidade, sendo que cada uma delas é caracterizada por um valor mediano da medida de intensidade sísmica e pelo valor do desvio-padrão, que tem em conta a variabilidade ou incerteza associada ao limite do estado de dano considerado [46].

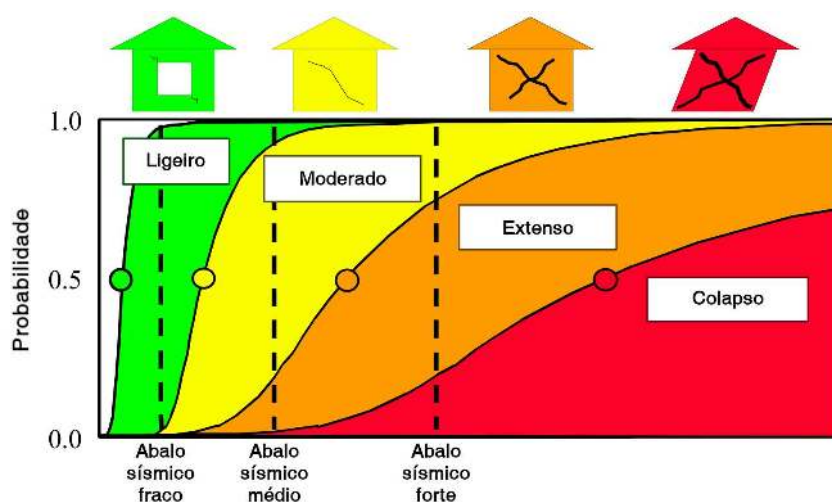


Figura 6.11: Exemplo de curvas de fragilidade em função da intensidade sísmica (adaptado de [46])

6.7 Resultados e conclusões

As curvas de fragilidade resultantes do caso de estudo, expressas em função do PGA, são apresentadas nas Figuras 6.12, 6.13 e 6.14. De modo a avaliar a vulnerabilidade sísmica da estrutura, nas mesmas figuras é enfatizado a probabilidade de se exceder os limites do estado de dano para um PGA de projeto de 0,2 g, típico para a região de Lisboa (de acordo com o EC8).

Analisando as curvas de fragilidade correspondentes ao arco sem reforço (ver Figura 6.12) observa-se, que para um PGA de 0,2 g, embora exista uma probabilidade significativa (37 %) de que a estrutura sofra danos, sofrerá apenas danos ligeiros (25 %) a moderados (9 %).

Já para o arco reforçado com tirante, observa-se uma melhoria significativa face ao modelo do arco sem reforço. Verifica-se pelo gráfico da Figura 6.13 que para o nível de PGA de 0,2 g o arco apresenta uma redução na probabilidade de sofrer danos (24 %), sofrendo maioritariamente danos ligeiros (21 %).

Para a última situação de estudo, o arco foi reforçado com um cabo de aço pós-tensionado, aplicado no seu extradorso. É evidente o efeito do reforço no arco, verificando-se que para o PGA de projeto considerado, este não apresenta qualquer probabilidade de sofrer danos.

Através da comparação das curvas de fragilidade, é notório o efeito das soluções de reforço aplicadas ao arco. Para iguais níveis de intensidade sísmica o arco sem reforço tem uma maior probabilidade de sofrer danos e de atingir o colapso (DS_4).

É notório um aumento das incertezas associadas à vulnerabilidade sísmica

da estrutura, que se traduz num decréscimo do declive das curvas, com o desenvolvimento do estado de dano a que a estrutura se encontra sujeita. Isto deve-se ao aumento da não linearidade no comportamento da estrutura à medida que a intensidade sísmica aumenta.

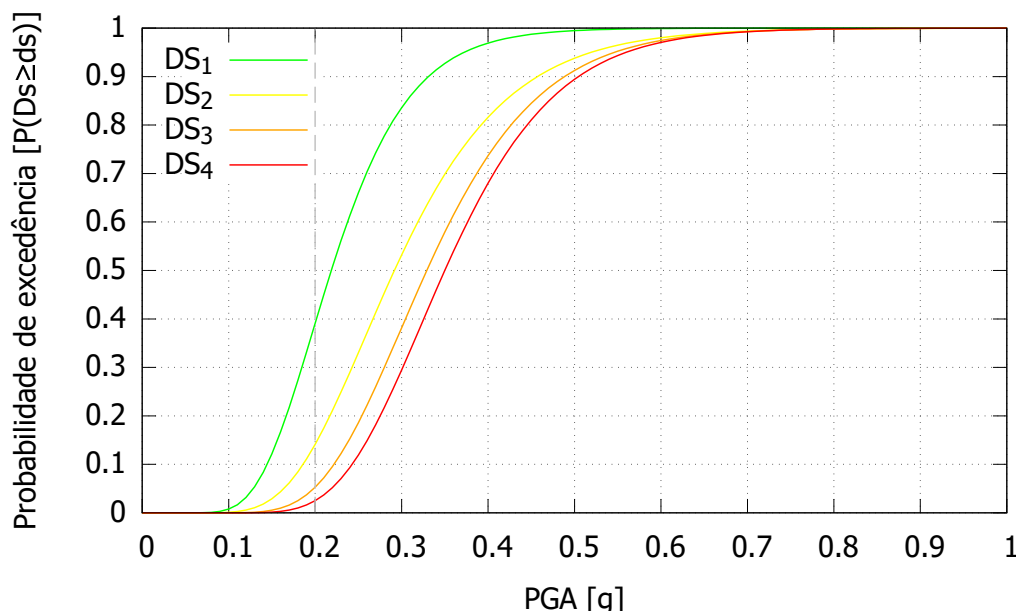


Figura 6.12: Curvas de fragilidade para o arco

A Figura 6.15 mostra a probabilidade de danos associados ao PGA de projeto considerado, para as três situações de estudo. A probabilidade de não haver dano (DS_0) é superior nas situações em que o arco é reforçado, sendo mais evidente para a solução de reforço 2 ($\approx 100\%$). Mais uma vez, o efeitos das técnicas de reforço aplicadas para a mitigação dos efeitos da ação sísmica é patente, contudo é de notar que em nenhuma das três situações a probabilidade de colapso (DS_4) é significativa (apenas 3 % para o arco sem reforço).

Em engenharia de estruturas, as probabilidades admissíveis de colapso são normalmente muito baixas. Segundo o Eurocódigo 0 [65], os requisitos de fiabilidade para as estruturas novas e existentes podem ser adequadamente expressos em termos do índice de fiabilidade (β). A diferenciação do índice de fiabilidade poderá ser realizada a partir da definição de classes de consequências, classes de fiabilidade, período de referência para o tempo de vida útil, níveis de supervisão do projeto, níveis de inspeção durante a execução e custos relativos das medidas de segurança.

O índice de fiabilidade (β) está relacionado com a *probabilidade de ruína* (P_f) por:

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (6.11)$$

em que, Φ é a função cumulante da distribuição normal reduzida. A *probabilidade*

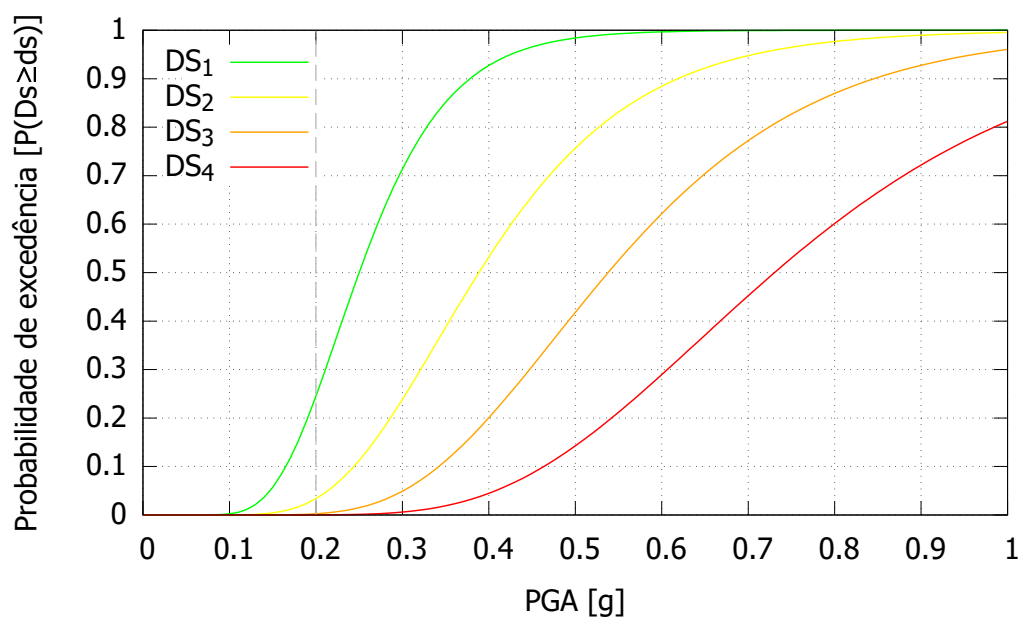


Figura 6.13: Curvas de fragilidade para o arco reforçado com tirante (solução de reforço 1)

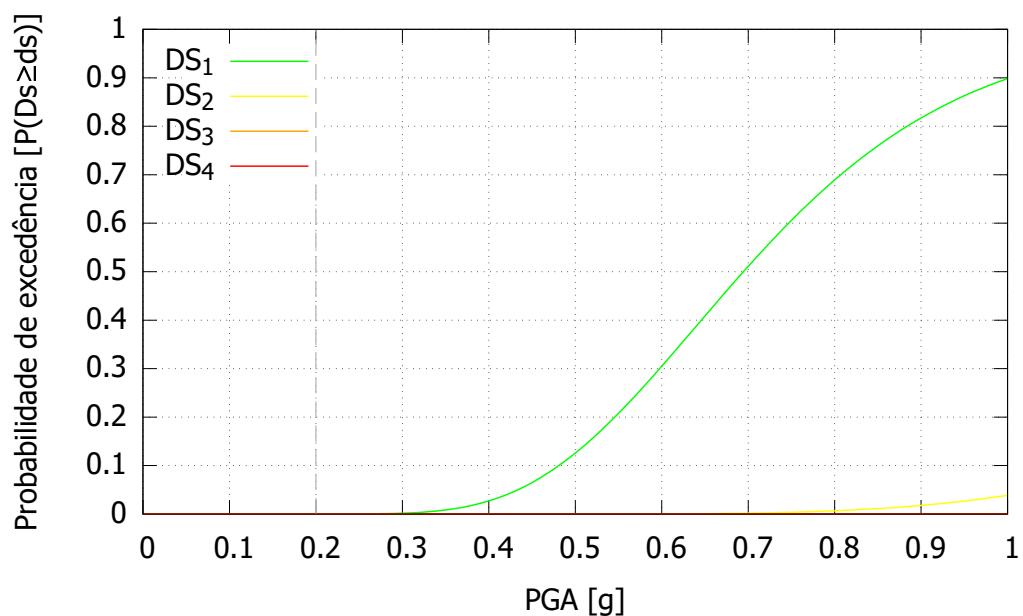


Figura 6.14: Curvas de fragilidade para o arco reforçado com cabo de pré-esforço (solução de reforço 2)

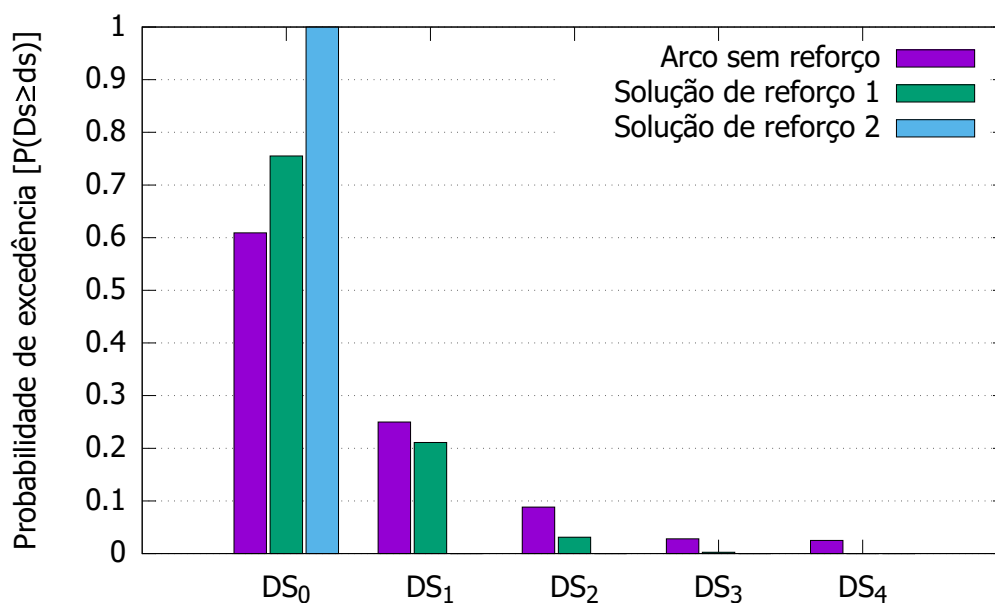


Figura 6.15: Probabilidade de dano para as três situações de estudo, considerando o nível de PGA de 0,2 g

de ruína e o correspondente índice de fiabilidade são valores conceptuais, utilizados como valores operacionais para efeitos de comparação dos níveis de fiabilidade das estruturas.

Os valores de β para um período de referencia podem ser calculados utilizando a seguinte expressão:

$$\Phi(\beta_n) = [\Phi(\beta_1)]^n \quad (6.12)$$

onde, β_n é o índice de fiabilidade para um período de referencia de n anos e β_1 o índice de fiabilidade para um ano.

Na Tabela 6.6, mostram-se os valores alvo de β para um período de referência de 50, 100 e 475 anos, dependendo das classes de consequências da rotura e dos custos relativos das medidas de segurança, de acordo com EC0.

Tabela 6.6: Valores recomendados do índice de fiabilidade para os períodos de referencia

Classes de consequências	50 anos	100 anos	475 anos
Elevada	4,30	4,27	3,90
Média	3,80	3,65	3,23
Baixa	3,30	3,00	2,49

Utilizando a relação de β_n com P_f definida pela expressão (6.11), poderá desenvolver-se tabelas idênticas para as três situações de estudo (Tabelas 6.7, 6.8 e 6.9), que mostram a *probabilidade de ruína* relacionadas com cada valor alvo de β_n dado na tabela anterior.

Considerando os valores da probabilidade de colapso (P_{fu}), obtidos nas curvas de fragilidade, para um PGA de 0,2 g:

- $P_{fu0} = 2,49\text{E-}02$ (Arco sem reforço)
- $P_{fu1} = 1,29\text{E-}04$ (Solução de reforço 1)
- $P_{fu2} = 4,48\text{E-}30$ (Solução de reforço 2)

A verificação pode ser feita de maneira simples, em que:

- Se $P_f \geq P_{fu(0/1/2)}$ **Verifica**
- Se $P_f < P_{fu(0/1/2)}$ **Não Verifica**

Nas tabelas seguintes fazem-se as devidas verificações referentes às três situações analisadas.

Tabela 6.7: Verificação da *probabilidade de ruína* para o arco sem reforço

Classes de consequências	50 anos	100 anos	475 anos
Elevada	8,54E-06	9,96E-06	4,73E-05
Média	7,23E-05	1,30E-04	6,18E-04
Baixa	4,83E-04	1,33E-03	6,32E-03

Tabela 6.8: Verificação da *probabilidade de ruína* para o arco com solução de reforço 1

Classes de consequências	50 anos	100 anos	475 anos
Elevada	8,54E-06	9,96E-06	4,73E-05
Média	7,23E-05	1,30E-04	6,18E-04
Baixa	4,83E-04	1,33E-03	6,32E-03

Desta forma verifica-se que o arco em estudo sem reforço não satisfaz os requisitos de fiabilidade regulamentares, já o arco reforçado com tirante só satisfaz os requisitos de fiabilidade regulamentares se se considerar que a estrutura tem uma classe de importância relativamente baixa e que as consequências do seu colapso são reduzidas, ao passo que o reforço com cabo pré-esforçado é uma hipótese viável, quando o nível de classe de consequência do arco a reforçar é elevado.

Tabela 6.9: Verificação da *probabilidade de ruína* para o arco com solução de reforço 2

Classes de consequências	50 anos	100 anos	475 anos
Elevada	8,54E-06	9,96E-06	4,73E-05
Média	7,23E-05	1,30E-04	6,18E-04
Baixa	4,83E-04	1,33E-03	6,32E-03

O estudo destas técnicas de reforço, efetivamente aplicadas nestas análises numéricas, pensa-se poder contribuir para transmitir a mensagem de que, com devidos cuidados e intervenções fundamentadas, é possível compatibilizar o parque construído, com a realidade inexorável da recorrência sísmica que as afeta.

Capítulo 7

Conclusões e desenvolvimento futuro

Este capítulo apresenta as conclusões do estudo realizado e sugere alguns trabalhos futuros de interesse no campo de estudo.

7.1 Conclusões gerais

Muitos dos monumentos históricos existente representam um importante legado patrimonial e cultural, pelo que o estudo da sua vulnerabilidade face à ocorrência de sismos representa uma medida ativa na sua preservação, quando ações de intervenção e reforço estrutural se mostrem necessárias. Deste modo, o presente estudo visa contribuir para a determinação da vulnerabilidade sísmica de um arco em alvenaria de pedra, através da análise do seu desempenho sísmico, com base na construção de curvas de fragilidade e da verificação da necessidade da implementação de soluções de reforço para a melhoria do seu comportamento face à ação sísmica.

Neste estudo, optou-se por uma abordagem probabilística, que ao considerar a variabilidade da ação sísmica e a incerteza na definição de várias propriedades dos materiais, foi utilizada em combinação com o método de análise dinâmica incremental, para proceder à definição dos estados limite de dano e às correspondentes curvas de fragilidade.

Em virtude do comportamento não linear das alvenarias (que resulta da sua fraca resistência à tração) e da existência de descontinuidades nos seus elementos, torna-se complexo a sua simulação numérica. Dentro das metodologias existentes para a modelação numérica das estruturas em alvenaria destaca-se o método dos elementos discretos (onde as juntas entre elementos são substituídas por um conjunto discreto de contactos pontuais). Este método é particularmente adequado para o estudo de zonas localizadas onde se pretendam estudar efeitos locais e onde uma parcela significativa da deformação do sistema ocorra pelo movimento relativo entre os blocos discretos que compõem a estrutura. De notar que este tipo de modelação ao nível micro tem um maior grau de

precisão, no entanto, é inevitavelmente acompanhado por um aumento no tempo e meios de cálculo, o que torna esta estratégia de modelação inviável no estudo corrente de estruturas reais. De realçar a capacidade deste método em permitir deslocamentos consideráveis entre elementos, bem como o reconhecimento de novos contactos e a eliminação de contactos obsoletos, possibilitando deste modo a representação do comportamento descontínuo da alvenaria e fornecendo uma simulação eficiente dos processos de rotura.

No presente estudo, foi dada especial atenção às questões numéricas essenciais para a aplicação do método dos elementos discretos, tais como: a caracterização dos materiais, a rigidez das juntas, o amortecimento e o passo de tempo. Contudo, a escassez de documentação sobre ensaios experimentais para caracterização dos materiais de construções antigas e identificação dos parâmetros que os definem, dificultou a calibração dos modelos numéricos.

O dimensionamento de soluções de reforço é uma tarefa importante do ponto de vista da engenharia. Soluções de reforço comumente aplicada a arcos antigos de alvenaria são a adição de laminados de FRP ou barras e cabos de aço, a fim de fornecer resistência à tração à estrutura em pontos-chave. Deste modo, dois esquemas de reforço distintos foram aplicados à estrutura, a fim de avaliar o seu desempenho no comportamento global da estrutura, quando sujeita a ações sísmicas.

Através da análise dos resultados numéricos e posterior comparação das curvas de fragilidade para o caso em estudo, é possível concluir o seguinte:

- Conclui-se que para o reforço da estrutura, ambos os esquemas são alternativas válidas, na medida em que é notório o efeito destes, nas curvas de fragilidade;
- Na estrutura estudada, a solução de reforço com cabo de aço pré-esforçado aplicado no extradorso, apresenta melhor desempenho na mitigação dos efeitos da ação sísmica;
- Constata-se que a análise dinâmica incremental não-linear combinada com o método dos elementos discretos é uma ferramenta robusta e eficiente na análise do desempenho sísmico de estruturas antigas de alvenaria.

A necessidade de reforço e reabilitação estrutural de antigas estruturas em alvenaria, tem resultado num crescente interesse da comunidade científica nesta área. Esta dissertação focada na simulação numérica de um arco em alvenaria reforçada, representa um contributo na compreensão do comportamento descontínuo da alvenaria e na perceção da sua vulnerabilidade sísmica.

7.2 Perspetivas de desenvolvimento futuro

Embora os objetivos da presente dissertação tenham sido alcançados, algumas sugestões de trabalhos futuros sobre a temática em estudo são apresentadas:

- Perceber se algumas das simplificações adotadas neste estudo são razoáveis, para a avaliação da vulnerabilidade sísmica deste tipo de estruturas. Assim, sugere-se:
 - A modelação dos blocos como deformáveis, de modo a perceber se a hipótese de corpos rígidos assumida é suficientemente realista;
 - Utilização do amortecimento de Rayleigh, para compreender se a utilização do amortecimento proporcional à massa é uma simplificação aceitável;
 - A modelação do arco, contabilizando um valor residual para o ângulo de atrito.
- Considerar o efeito simultâneo do peso próprio do arco e de uma carga uniformemente distribuída no vão;
- Considerar a rutura dos cabos de reforço nas análises numéricas, assim como diferentes materiais, com comportamento mais complexo, tendo como exemplo, as ligas com memória de forma;
- Aplicação dos mesmos esquema de reforço a arcos com diferentes geometrias e características, a fim de se ganhar mais experiência e confiança no seu uso;
- Aplicação de esquemas de reforço idênticos, a uma estrutura real, onde seja possível uma prévia calibração do modelo através de ensaios experimentais;
- Uma vez que as análises dinâmicas incrementais (para as situações em que o arco é reforçado) foram realizadas com incrementos em PGA de 0,2 g e 1,0 g, mesmo assumindo os resultados obtidos como fiáveis, a realização desta metodologia com menores incrementos originaria resultados mais detalhados e menos perda de informação que possa ser relevante;
- Melhor caracterização dos materiais de antigas construções e identificação dos correspondentes parâmetros que definem os modelos numéricos, nomeadamente, resistências à compressão e tração, módulos de elasticidade, ângulos de atrito e energias de fratura. A realização de ensaios experimentais e numéricos permitirá um gradual refinamento dos valores desses parâmetros para diferentes tipos de materiais e consequentemente criar-se-á uma base de dados capaz de servir e suportar o desenvolvimento e calibração de ferramentas numéricas.
- Finalmente, a comunidade científica deve elaborar ferramentas/critérios mais detalhados para a avaliação da vulnerabilidade deste tipo de estruturas, para que arquitetos e engenheiros possam quantificar os riscos e avaliar adequadamente a necessidade de intervenção de maneira mais consistente;
- Divulgar os resultados do presente estudo, para a comunidade científica, através da elaboração de um artigo científico.

Referências bibliográficas

- [1] *Arch of Gallienus – Porta Esquilina*. commons.wikimedia.org. Consultado a maio de 2018.
- [2] *The European Strong-Motion Database*. www.isesd.hi.is/. Consultado a novembro de 2017.
- [3] *Gallery at the Great Mosque of Kairouan*. commons.wikimedia.org. Consultado a maio de 2018.
- [4] *PEER Ground Motion Database*. ngawest2.berkeley.edu/site. Consultado a novembro de 2017.
- [5] *Windsor Castle*. pixabay.com, maio 2014. Consultado a agosto de 2017.
- [6] Abdou, L., R. A. Saada, F. Meftah e A. Mebarki: *Experimental investigations of the joint-mortar behaviour*. Mechanics Research Communications, páginas 370–384, março 2005.
- [7] Abrahamson, N. A.: *Non-stationary spectral matching*. Seismological Research Letters, 63(1), 1992.
- [8] Adami, C. E. e E. Vintzileou: *Interventions to historic masonries: Investigation of the bond mechanism between stones or bricks and grouts*. Materials and Structures, 41(2):255–267, 2008.
- [9] Alexandris, A., E. Protopapa e I. N. Psycharis: *Collapse mechanisms of masonry buildings derived by the distinct element method*. Em *Proceedings of the 13th world conference on earthquake engineering*, 2004.
- [10] Amaral, P. M., J. C. Fernandes, V. Pires e L. G. Rosa: *Ornamental stones*. Em Gonçalves, M. e F. Margarido (editores): *Materials for Construction and Civil Engineering*, capítulo 9, páginas 397–445. Springer, 2015.
- [11] Antoř, J.: *Optimization of masonry mortars based on numerical modeling and experimental observations*. Tese de Mestrado, Czech Technical University in Prague, 2014.
- [12] Anzani, A., E. Garavaglia e L. Binda: *Long-term damage of historic masonry: A probabilistic model*. Construction and Building Materials, 23(2):713–724, 2009.

- [13] Aras, F. e G. Altay: *Investigation of mechanical properties of masonry in historic buildings*. Građevinar, 67(5):461–469, 2015.
- [14] ArcelorMittal: *Prestressed concrete – Wire and strands*, 2010. corporate.arcelormittal.com/.
- [15] Asteris, P. G., M. G. Douvika, M. Apostolopoulou e A. Moropoulou: *Seismic and restoration assessment of monumental masonry structures*. Materials, 10(8), 2017.
- [16] Azevedo, J. e G. Sincaian: *Modelling cable reinforcement solutions for monumental structures*. Em *EPMESC VII*, páginas 485–494. Elsevier, 1999.
- [17] Azevedo, J., G. Sincaian e J. V. Lemos: *Seismic behavior of blocky masonry structures*. Earthquake Spectra, 16(2):337–365, 2000.
- [18] Balen, K. van e E. Verstrynghe: *Structural analysis of historical constructions: anamnesis, diagnosis, therapy, controls: Proceedings of the 10th International Conference on Structural Analysis of Historical Constructions*. CRC Press, setembro 2016, ISBN 9781138029514.
- [19] Bathe, K. J. e E. L. Wilson: *Numerical methods in finite element analysis*. Prentice-Hall, 1976, ISBN 0-13-627190-1.
- [20] Belytschko, T.: *An overview of semidiscretization and time integration procedures*. Em T. J. Hughes, T. Belytschko e (editor): *Computational methods for transient analysis*, volume 1, 1983.
- [21] Binda, L., J. Pina-Henriques, A. Anzania, A. Fontana e P. B. Lourenço: *A contribution for the understanding of load-transfer mechanisms in multi-leaf masonry walls: Testing and modelling*. Engineering Structures, 28(8):1132–1148, 2006.
- [22] Binda, L., A. Saisi e C. Tiraboschi: *Investigation procedures for the diagnosis of historic masonries*. Construction and Building Materials, 14(4):199–233, 2000.
- [23] Blyth, F. G. e M. H. de Freitas: *A geology for engineers*. Elsevier Butterworth-Heinemann, 7ª edição, 1984, ISBN 0-7131-2882-8.
- [24] Bonetto, A.: *Numerical analysis of the reinforced arch method*. Tese de Mestrado, Universitat Politècnica de Catalunya, julho 2017.
- [25] Borrell, C. M.: *Characterization of the mechanical behaviour of masonry*. Structural Analysis of Historical Constructions, páginas 86–122, 1996.
- [26] British Standard Institution: *BS 5628-3: Code of practice for use of masonry – Part 3: Materials and components, design and workmanship*, 2005.
- [27] Brune, P., R. Perucchio, A. R. Ingraffea e M. D. Jackson: *The toughness of Imperial Roman concrete*. Em *Proceedings of the 7th International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures*, páginas 38–45. Korea Concrete Institute, Seoul, 2012.

- [28] Brune, P. F., A. R. Ingraffea, M. D. Jackson e R. Perucchio: *The fracture toughness of an Imperial Roman mortar*. Engineering Fracture Mechanics, 102:65–76, 2013.
- [29] Calderini, C., S. Lagomarsino, M. Rossi, G. de Canio, M. L. Mongelli e I. Roselli: *Shaking table tests of an arch-pillars system and design of strengthening by the use of tie-rods*. Bulletin of Earthquake Engineering, 13(1):279–297, 2015.
- [30] Carvalho, C.: *Análise da vulnerabilidade sísmica do arco da Rua Augusta*. Tese de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, novembro 2010.
- [31] Carvalho, J. M., C. I. Carvalho, J. V. Lisboa, A. C. Moura e M. M. Leite: *Portuguese ornamental stones*. Geonovas, (26):15–22, 2013.
- [32] Chidiac, S. E., S. Foo e M. S. Cheung: *Seismic guidelines for stone-masonry components and structures*. Em *Proceedings of International Conference on the seismic performance of traditional buildings, Turkey*, 2000.
- [33] Colasa, A. S., D. Garnier, J. C. Morel, T. Ciblac e C. O'Neill: *Cross curves of stability for drystone retaining wall design*. Em *Brick and Block Masonry: Proceedings of the 16th International Brick and Block Masonry Conference, Padova*, páginas 165–170. CRC Press, junho 2016.
- [34] Costa, A., C. S. Oliveira e F. Neves: *Caracterização do parque habitacional da ilha do Faial e Pico elementos de estudo do comportamento relativo à crise sísmica de 9 de julho de 1998 nos Açores*. 7º Congresso de Sismologia e Engenharia Sísmica - Sísmica 2007, 2007.
- [35] Costigan, A. e S. Pavía: *Influence of the mechanical properties of lime mortar on the strength of brick masonry*. Em *Historic Mortars*, páginas 359–372. Springer, 2012.
- [36] Cundall, P. A.: *A computer model for simulating progressive, large scale movement in blocky rock systems*. Em *Proceedings of the Symposium of the International Society of Rock Mechanics*, 1971.
- [37] Cundall, P. A.: *Adaptive density-scaling for time-explicit calculations*. Em *Proceedings of the 4th International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Edmonton*, 1982.
- [38] Cundall, P. A.: *Formulation of a three-dimensional distinct element model – Part I. A scheme to detect and represent contacts in a system composed of many polyhedral blocks*. Em *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, volume 25, páginas 107–116. Elsevier, 1988.
- [39] Cundall, P. A. e R. D. Hart: *Numerical modelling of discontinua*. Engineering computations, 9(2):101–113, 1992.

- [40] Cundall, P. A. e R. D. Hart: *Numerical modeling of discontinua*. Em *Analysis and Design Methods*, volume 2, capítulo 9, páginas 231–243. Pergamon Press, 1ª edição, 1993.
- [41] DeJong, M. J.: *Seismic assessment strategies for masonry structures*. Tese de Doutorado, Massachusetts Institute of Technology, 2009.
- [42] DeJong, M. J. e C. Vibert: *Seismic response of stone masonry spires: Computational and experimental modeling*. *Engineering Structures*, 40:566–574, 2012.
- [43] Drdácý, M., D. Mašín, M. D. Mekonone e Z. Slížková: *Compression tests on non-standard historic mortar specimens*. Em *HMC08 – Historical Mortars Conference, LNEC, Lisbon*, 2008.
- [44] Drei, A. e C. S. Oliveira: *The seismic behaviour of the "Aquaduto da Amoreira" in Elvas using distinct element modelling*. Em *Proceedings of the 3rd International Seminar on Historical Constructions*, páginas 903–912, 2001.
- [45] Drysdale, R. G., A. A. Hamid e L. R. Baker: *Masonry structures behavior and design*. Prentice Hall, 1994, ISBN 0-13-562026-0.
- [46] Federal Emergency Management Agency and National Institute of Buildings Sciences (FEMA & NIBS), Washington D.C.: *Earthquake loss estimation methodology – HAZUS 99*, 1999.
- [47] Foraboschi, P.: *Strengthening of masonry arches with fiber-reinforced polymer strips*. *Journal of composites for construction*, 8(3):191–202, 2004.
- [48] Gago, A.: *Análise estrutural de arcos, abóbadas e cúpulas*. Tese de Doutorado, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, dezembro 2004.
- [49] Garrity, S. W., A. F. Ashour e C. Yi: *An experimental investigation of retro-reinforced clay brick arches*. *International Masonry Society Proceedings*, 1(11):733–742, julho 2010.
- [50] Gil, N. e C. S. Oliveira: *A preliminary study on the seismic behaviour of the church of Convento do Carmo in Lisbon and its confrontation with the historical perspective*. *Transactions on the Built Environment*, 16, 1970.
- [51] Gilbert, M. e C. Melbourne: *Rigid-block analysis of masonry structures*. *Structural engineer*, 72(21):356–361, 1994.
- [52] Gilbert, M. e C. Melbourne: *Rigid-block analysis of masonry structures*. *The Structural Engineer*, 72(21):356–361, 1994.
- [53] Gomes, G.: *Análise numérica e experimental da estabilidade de fundações de barragens de betão*. Tese de Mestrado, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, janeiro 1999.

- [54] Guerreiro, Luís: *Acção Sísmica – Textos sobre engenharia sísmica de pontes*. Apontamentos teóricos, Instituto Superior Técnico, fevereiro 2011.
- [55] Hancock, J., J. Watson-Lamprey, N. A. Abrahamson, J. J. Bommer, A. Markatis, E. McCoy e R. Mendis: *An improved method of matching response spectra of recorded earthquake ground motion using wavelets*. *Journal of earthquake engineering*, 10(spec01):67–89, 2006.
- [56] Hart, R. D.: *An introduction to distinct element modeling for rock engineering*. Em *Analysis and Design Methods*, páginas 245–261. Pergamon, 1995.
- [57] Hart, R. D., P. A. Cundall e J. V. Lemos: *Formulation of a three-dimensional distinct element model – Part II. Mechanical calculations for motion and interaction of a system composed of many polyhedral blocks*. Em *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, volume 25, páginas 117–125. Elsevier, 1988.
- [58] Hayen, R., K. van Balen e D. van Gemert: *The mechanical behaviour of historic masonry structures*. Em *Proceedings of the 13th International Brick and Block Masonry Conference*, Amsterdam, 2004.
- [59] Hendry, A. W.: *Structural masonry*. Macmillan Press, 2ª edição, 1998, ISBN 978-1-349-14829-5.
- [60] Heyman, J.: *The safety of masonry arches*. *International Journal of Mechanical Sciences*, 11(4):363–385, 1969.
- [61] Heyman, J.: *The masonry arch*. Ellis Horwood, 1982, ISBN 0135605660.
- [62] Holland, N., V. Paul e J. M. Nichols: *An Experimental Investigation of the Shear Properties of Limestone Masonry*. Em *Proceedings of the 8th International Masonry Conference*, páginas 953–962, 2010.
- [63] Instituto Português da Qualidade (IPQ), Caparica, Portugal: *NP EN 1998-1: Eurocódigo 8 – Projecto de estruturas para resistência aos sismos – Parte 1: Regras gerais, acções sísmicas e regras para edifícios*, 2004.
- [64] Instituto Português da Qualidade (IPQ), Caparica, Portugal: *NP EN 1996-1-1: Eurocódigo 6 – Projecto de estruturas de alvenaria – Parte 1-1: Regras gerais para estruturas de alvenaria armada e não armada*, 2005.
- [65] Instituto Português da Qualidade (IPQ), Caparica, Portugal: *NP EN 1990: Eurocódigo 0 – Bases para o projecto de estruturas*, 2009.
- [66] Itasca Consulting Group, Mineápolis, Minesota: *3DEC version 5.2: User's Guide*, 2016.
- [67] Jackson, M. D., E. Landis, P. F. Brune, M. Vitti, H. Chen, Q. Li, M. Kunz, H. R. Wenk, P. J. Monteiro e A. R. Ingraffea: *Mechanical resilience and cementitious processes in Imperial Roman architectural mortar*. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 111(52):18484–18489, dezembro 2014.

- [68] Jackson, M. D., J. M. Logan, B. E. Scheetz, D. M. Deocampo, C. G. Cawood, F. Marra, M. Vitti e L. Ungaro: *Assessment of material characteristics of ancient concretes, Grande Aula, Markets of Trajan, Rome*. Journal of Archaeological Science, 36(11):2481–2492, 2009.
- [69] Jim Cartar, Yann e: *Taj Mahal*. structurae.net, 2010. Consultado a agosto de 2017.
- [70] Joint committee on structural safety: *JCSS – Probabilistic Model Code*, 2001. www.jcss.byg.dtu.dk/.
- [71] Jurina, L.: *Una tecnica di consolidamento attivo per archi e volte in muratura*. Em *International workshop on Seismic performance of built heritage in small historic centres, Assisi*, abril 1999.
- [72] Jurina, L.: *Consolidamento strutturale e reversibilità*. Atti del convegno nazionale su 'Reversibilità, concezione e interpretazione nel restauro', Turim, abril 2002.
- [73] Jurina, L.: *The "Reinforced Arch Method": a new technique in static consolidation of arches and vaults*. Em *Proceedings of the European Conference "Innovative Technologies and Materials for the Protection of Cultural Heritage"*, volume 16, dezembro 2003.
- [74] Jurina, L.: *Tecniche di cerchiature nel consolidamento di archi e colonne in muratura*. Em *Pensare alla prevenzione: Manufatti, Usi, Ambienti*, páginas 1–26, 2010.
- [75] Jurina, L.: *Strengthening of masonry arch bridges with "RAM" – Reinforced Arch Method*. Seminario IABMAS, 2012.
- [76] Jurina, L.: *"Reinforced Arch Method" in the consolidation of masonry arches and vaults: Experimental results*. Em *Proceedings of the 16th International Brick and Block Masonry Conference, Padova*, páginas 1105–1112, junho 2016.
- [77] Jurina, L., M. Giglio e S. Bonfigliuoli: *Sviluppi nella sperimentazione della tecnica dell' "arco armato"*. Em *31° Convegno Internazionale Scienza e Beni culturali (Metalli in Architettura)*, 2015.
- [78] Kaynia, A. M.: *Guidelines for deriving seismic fragility functions of elements at risk: Buildings, lifelines, transportation networks and critical facilities*. SYNER-G Reference Report 4, 2013, ISBN 978-92-79-28966-8.
- [79] Kehew, A. E.: *Geology for engineers and environmental scientists*. Pearson Prentice Hall, 3ª edição, 2006, ISBN 0-13-145730-6.
- [80] Lamego, P.: *Reforço sísmico de edifícios de habitação. Viabilidade da mitigação do risco*. Tese de Doutoramento, Escola de Engenharia, Universidade do Minho, janeiro 2014.

- [81] Lawrence, S. J., H. O. Sugo e A. W. Page: *Masonry bond strength and the effects of supplementary cementitious materials*. Australian Journal of Structural Engineering, 8(2):101–115, abril 2008.
- [82] Lemos, J. V.: *Assessment of the ultimate load of a masonry arch using discrete elements*. Computer methods in structural masonry, 3:294–302, 1995.
- [83] Lemos, J. V.: *Metodologias para a detecção e actualização de contactos em modelos de elementos discretos*. Em *IV Encontro Nacional de Mecânica Computacional*, volume 1, páginas 61–72, Lisboa, 1995.
- [84] Lemos, J. V.: *Discrete element modelling of the seismic behaviour of stone masonry arches*. Computer methods in structural masonry, 4:220–227, 1998.
- [85] Lemos, J. V.: *Modelling and failure analysis in rock engineering*. Laboratório Nacional de Engenharia Civil, 1999.
- [86] Lemos, J. V.: *Análise de estruturas de alvenaria: os modelos numéricos de blocos discretos*. Pedra & cal, (30):4–6, 2006.
- [87] Lemos, J. V.: *Discrete element modeling of masonry structures*. International Journal of Architectural Heritage, 1(2):190–213, 2007.
- [88] Lemos, J. V.: *Block modelling of rock masses: Concepts and application to dam foundations*. European Journal of Environmental and Civil Engineering, 12(7-8):915–949, 2008.
- [89] Lemos, J. V.: *Modelação de maciços rochosos em grandes obras subterrâneas*. 2010.
- [90] Lemos, J. V.: *Análise de pontes de alvenaria por elementos discretos – Opções para a representação numérica*. 2015.
- [91] Lemos, J. V., F. Schiappa de Azevedo, C. S. Oliveira e G. Sincaian: *Three-dimensional analysis of a block masonry pillar using discrete elements*. Em *Proceedings of the Monument-98 Workshop on Seismic Performance of Monuments, LNEC, Lisboa*, páginas 117–126, novembro 1998.
- [92] Lemos, J. V., G. Sincaian e C. S. Oliveira: *Modelling the seismic behaviour and structural restoration of a damaged masonry tower*. Em *Proceedings of the 5th International Congress on Restoration of Architectural Heritage, Firenze*, 2000.
- [93] Lengyel, G. e K. Bagi: *Numerical analysis of the mechanical role of the ribs in groin vaults*. Computers and Structures, 158:42–60, 2015.
- [94] Lourenço, P. B.: *Computational strategies for masonry structures*. Tese de Doutoramento, Delft University of Technology, fevereiro 1996.

- [95] Lourenço, P. B.: *Avanços recentes na modelação de estruturas de alvenaria*. Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas, série I, 44:27–32, 1998.
- [96] Lourenço, P. B.: *Experimental and numerical issues in the modelling of the mechanical behaviour of masonry*. Structural Analysis of Historical Constructions II. CIMNE, Barcelona, páginas 57–91, janeiro 1998.
- [97] Lourenço, P. B.: *Sensitivity analysis of masonry structures*. Em *Proceedings of the 8th Canadian Masonry Symposium*, páginas 563–574, 1998.
- [98] Lourenço, P. B.: *Analysis of historical constructions: from thrust-lines to advanced simulations*. Historical constructions, páginas 91–116, 2001.
- [99] Lourenço, P. B.: *Computations on historic masonry structures*. Progress in Structural Engineering and Materials, 4(3):301–319, 2002.
- [100] Lourenço, P. B., J. O. Barros e J. T. Oliveira: *Shear testing of stack bonded masonry*. Construction and Building Materials, 18(2):125–132, 2004.
- [101] Lourenço, P. B. e J. G. Rots: *Multisurface interface model for analysis of masonry structures*. Journal of Engineering Mechanics, páginas 660–668, julho 1997.
- [102] Lourenço, P. B. e H. Sousa: *Concepção e projecto para alvenaria*. Eds. P. Lourenço e H. Sousa, Universidade do Minho, Guimarães, páginas 77–110, 2002.
- [103] Marsili, F., P. Croce, M. Muzzi, E. Rosso e M. Beconcini: *Probabilistic reliability assessment of historical structures*. Journal of Civil Engineering and Architecture Research, 2(12):1163–1172, dezembro 2015.
- [104] The MathWorks, Natick, Massachusetts: *MATLAB and Statistics toolbox user's Guide. Version 8.5 – Release 2015a*, 2015.
- [105] McLean, A. C. e C. D. Gribble: *Geology for civil engineers*. Taylor & Francis, 2ª edição, 2005, ISBN 0-203-36215-2.
- [106] Munjiza, A. A.: *The combined finite-discrete element method*. John Wiley & Sons, 2004, ISBN 0-470-84199-0.
- [107] Neuwald-Burg, C. e M. Pfeifer: *Problems in the assessment of the stress-strain relationship of masonry*. Em *Historic Mortars*, páginas 343–357. Springer, 2012.
- [108] Neves, F.: *Avaliação da vulnerabilidade sísmica do parque habitacional da ilha do Faial*. Tese de Mestrado, Universidade de Aveiro, 2008.
- [109] Oliveira, C. S.: *Seismic vulnerability of historical constructions: a contribution*. Bulletin of Earthquake Engineering, 1(1):37–82, fevereiro 2003.
- [110] Oliveira, C. S., A. Costa e J. C. Nunes: *Sismo 1998 – Açores uma década depois*. Governo dos Açores, 2008, ISBN 978-989-20-1223-4.

- [111] Oliveira, C. S., J. V. Lemos e G. Sincaian: *Modelling large displacements of structures damaged by earthquake motions*. European Earthquake Engineering, 16(3):56–71, janeiro 2002.
- [112] Oliveira, D.: *Experimental and numerical analysis of blocky masonry structures under cyclic loading*. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia, Universidade do Minho, janeiro 2003.
- [113] Oliveira, D., P. B. Lourenço e I. Basilio: *Comportamento experimental de arcos de alvenaria reforçados com FRP*. 2006.
- [114] Oliveira, D., S. Nayeri, J. V. Lemos, R. Alfenim e P. B. Lourenço: *Análise sísmica do templo romano de Évora*. 2014.
- [115] Otter, J. R., A. C. Cassell e R. E. Hobbs: *Dynamic relaxation*. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, 35:633–656, 1966.
- [116] Owen, D. R., D. Peric, N. Petrinic, C. L. Smokes e P. J. James: *Finite/discrete element models for assessment and repair of masonry structures*. Em *Proceedings of the 2nd International Conference on Arch Bridges: History, Analysis, Assessment, Maintenance and Repair*, 1998.
- [117] Palchik, V. e Y. H. Hatzor: *Crack damage stress as a composite function of porosity and elastic matrix stiffness in dolomites and limestones*. Engineering Geology, 63(3–4):233–245, 2002.
- [118] Papantonopoulos, C., I. N. Psycharis, D. Papastamatiou, J. V. Lemos e H. P. Mouzakis: *Numerical prediction of the earthquake response of classical columns using the distinct element method*. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 31(9):1699–1717, 2002.
- [119] Papastamatiou, D. e I. N. Psycharis: *Seismic response of classical monuments – A numerical perspective developed at the Temple of Apollo in Bassae, Greece*. Terra Nova, 5(6):591–601, 1993.
- [120] Pluijm, R. van der: *Shear behaviour of bed joints*. Em *Proceedings of the 6th North American Masonry Conference, Philadelphia*, páginas 125–136, 1993.
- [121] Pluijm, R. van der: *Out-of-plane bending of masonry: behaviour and strength*. Tese de Doutorado, Technische Universiteit Eindhoven, 1999.
- [122] Proske, D. e P. van Gelder: *Safety of historical stone arch bridges*. Springer-Verlag, 2009, ISBN 978-3-540-77616-1.
- [123] Psycharis, I. N., J. V. Lemos, D. Papastamatiou, C. Zambas e C. Papantonopoulos: *Numerical study of the seismic behaviour of a part of the Parthenon Pronaos*. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 32(13):2063–2084, 2003.

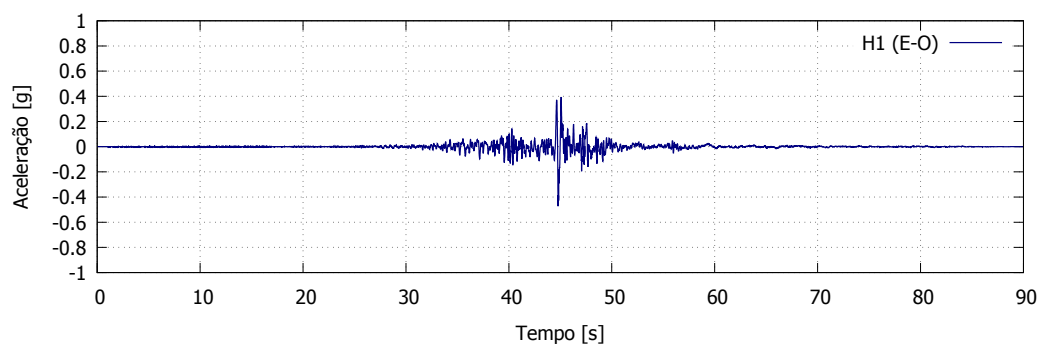
- [124] Roca, P., M. Cervera, G. Gariup e L. Pela: *Structural analysis of masonry historical constructions. Classical and advanced approaches*. Archives of Computational Methods in Engineering, 17(3):299–325, 2010.
- [125] Roca, P., D. Oliveira, P. B. Lourenço e I. Carol: *Mechanical response of dry joint masonry*. Em *Proceedings of the 2nd International Congress on Studies in Ancient Structures*, páginas 571–579, 2001.
- [126] Roque, J.: *Reabilitação estrutural de paredes antigas de alvenaria*. Tese de Mestrado, Escola de Engenharia, Universidade do Minho, setembro 2002.
- [127] Rouxinol, G. A.: *Modelação e avaliação estrutural de pontes em arco de alvenaria*. Tese de Doutoramento, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, junho 2007.
- [128] Ryckaert, Marc: *Karnak Khonsu Temple*. commons.wikimedia.org, março 2012. Consultado a agosto de 2017.
- [129] Sarhosis, V., K. Bagi, J. V. Lemos e G. Milani: *Computational modeling of masonry structures using the discrete element method*. IGI Global, 2016, ISBN 9781522502319.
- [130] Sarhosis, V., S. W. Garrity e Y. Sheng: *Influence of brick-mortar interface on the mechanical behaviour of low bond strength masonry brickwork lintels*. Engineering Structures, 88:1–11, 2015.
- [131] Sarhosis, V. e Y. Sheng: *Identification of material parameters for low bond strength masonry*. Engineering Structures, 60:100–110, 2014.
- [132] Schueremans, L.: *Assessing the safety of existing structures using a reliability based framework: possibilities and limitations*. Restoration of Buildings and Monuments, 12(1):65–80, 2006.
- [133] Schwen, Daniel: *Kukulcán's Pyramid*. structurae.net, agosto 2009. Consultado a agosto de 2017.
- [134] Seismosoft: *SeismoMatch version 1.0.3: SeismoApps, Technical Information Sheet*, 2016.
- [135] Shi, G. H.: *Discontinuous deformation analysis: a new numerical model for the statics and dynamics of deformable block structures*. Engineering Computations, 9(2):157–168, 1992.
- [136] Silva, B., J. M. Guedes e A. Costa: *Estratégias de modelação numérica no estudo de estruturas históricas. Experiência do NCREP (FEUP)*. Em *Congresso do Património 2010*, 2010.
- [137] Singhal, V. e D. C. Rai: *Suitability of half-scale burnt clay bricks for shake table tests on masonry walls*. Journal of Materials in Civil Engineering, páginas 644–657, abril 2014.

- [138] Sinha, R. e S. Shiradhonkar: *Seismic damage index for classification of structural damage-closing the loop*. Em *The 15th world conference on earthquake engineering*, 2012.
- [139] Sousa, M. L.: *Risco sísmico em Portugal Continental*. Tese de Doutoramento, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, julho 2006.
- [140] Sykora, M., T. Cejka, M. Holicky e J. Witzany: *Probabilistic model for compressive strength of historic masonry*. Proc. ESREL 2013, páginas 2645–2652, setembro 2013.
- [141] Taly, N.: *Design of reinforced masonry structures*. McGraw-Hill, 2ª edição, 2010, ISBN 978-0-07-159367-0.
- [142] Ural, A., F. K. Firat, Ş. Tuğrülçü e M. E. Kara: *Experimental and numerical study on effectiveness of various tie-rod systems in brick arches*. Engineering Structures, 110:209–221, 2016.
- [143] Vamvatsikos, D. e C. A. Cornell: *Incremental dynamic analysis*. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 31(3):491–514, 2002.
- [144] Veiga, M. R.: *Argamassas de alvenarias históricas. Funções e características*. Em *Conferência Internacional sobre Reabilitação de Estruturas Antigas de Alvenaria*. Universidade Nova de Lisboa (CIREA2012), páginas 17–27, 2012.
- [145] Vicente, R., H. Varum, J. A. da Silva e S. Lagomarsino: *Avaliação da vulnerabilidade de edifícios antigos e do risco sísmico à escala do centro histórico. O caso da baixa de Coimbra (Portugal)*. Territorium, (17):189–200, 2010.
- [146] Vincent, K. H.: *Temple of Apollo Epicurius at Bassae*. whc.unesco.org, agosto 2005. Consultado a novembro de 2018.

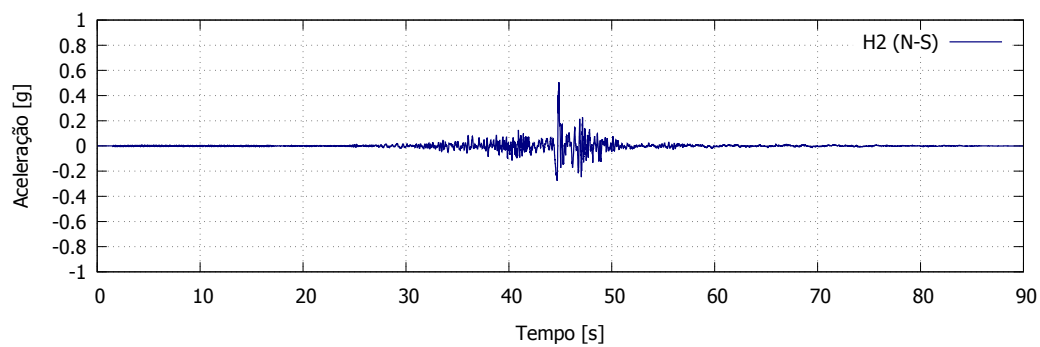
Apêndice A

Registos sísmicos

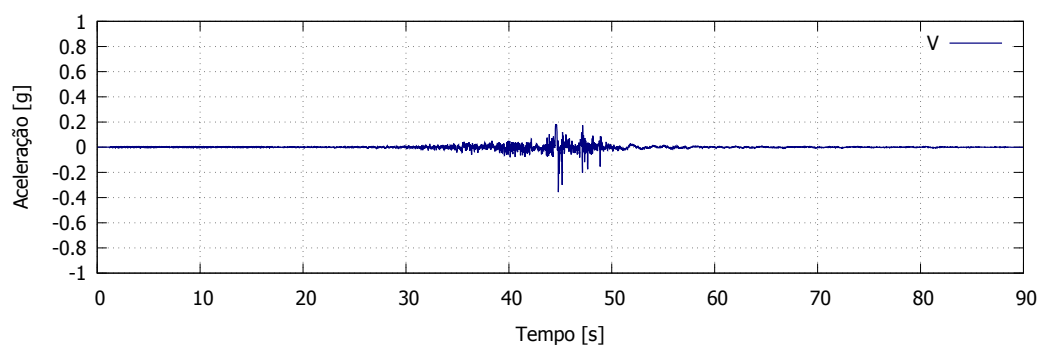
O apêndice apresenta os acelerogramas dos registos sísmicos da Tabela 6.1, usados no Capítulo 6, na avaliação da vulnerabilidade sísmica do arco em estudo. Os acelerogramas foram obtidos através das bases de dados European Strong-Motion [2] e PEER NGA-West2 [4].



(a)

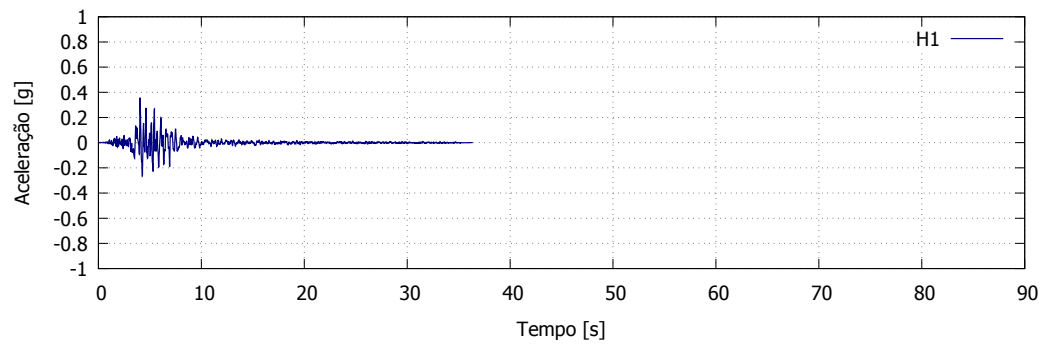


(b)

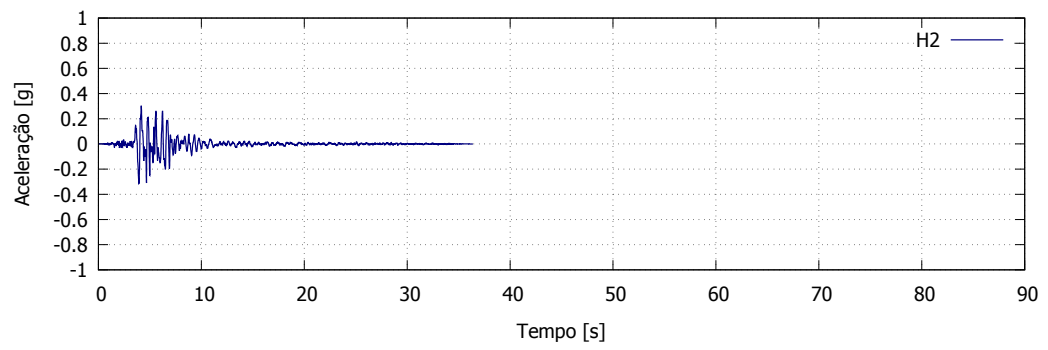


(c)

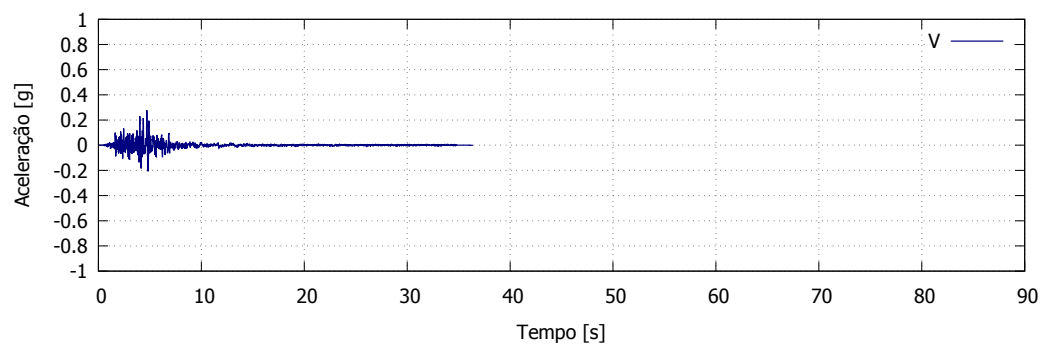
Figura A.1: Sismo de Chi-Chi, 1999



(a)



(b)



(c)

Figura A.2: Sismo de Friuli, 1976

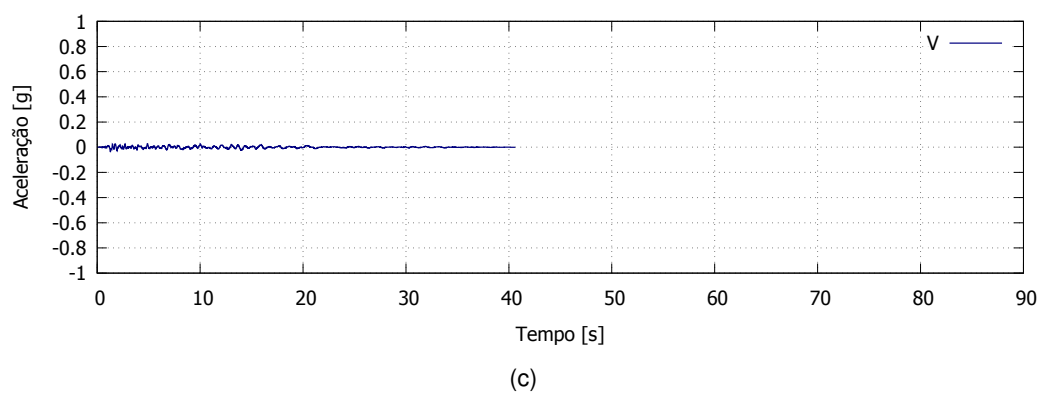
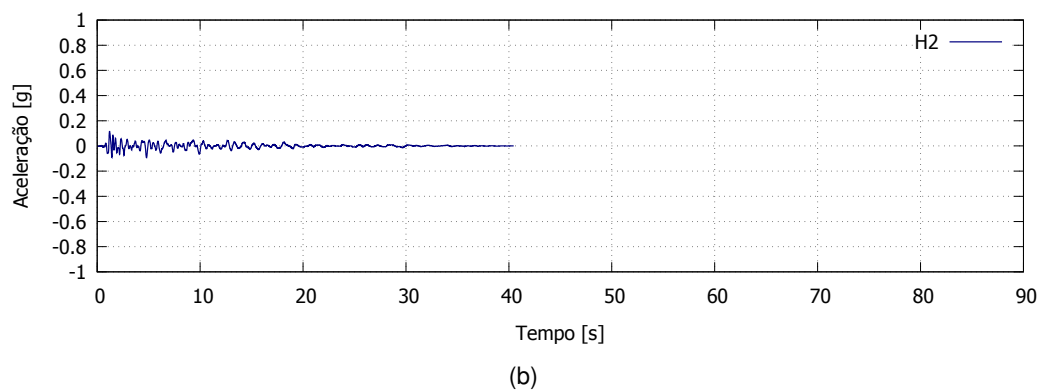
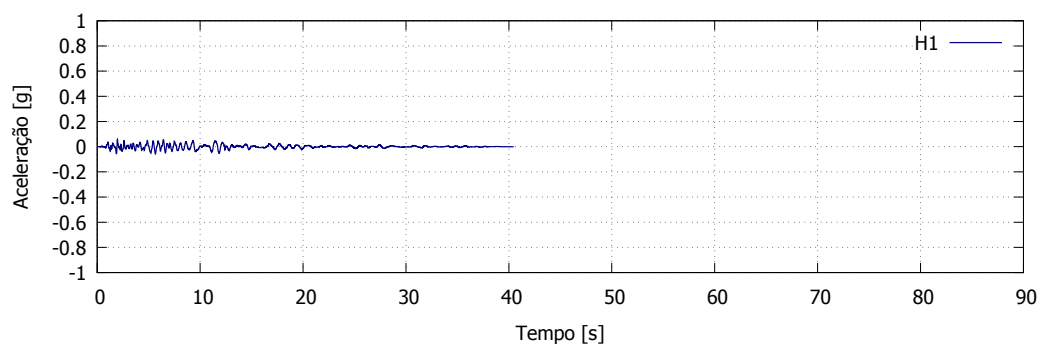
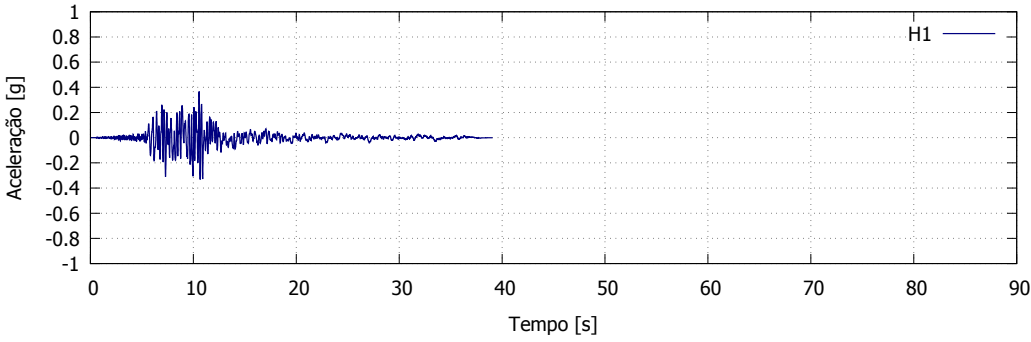
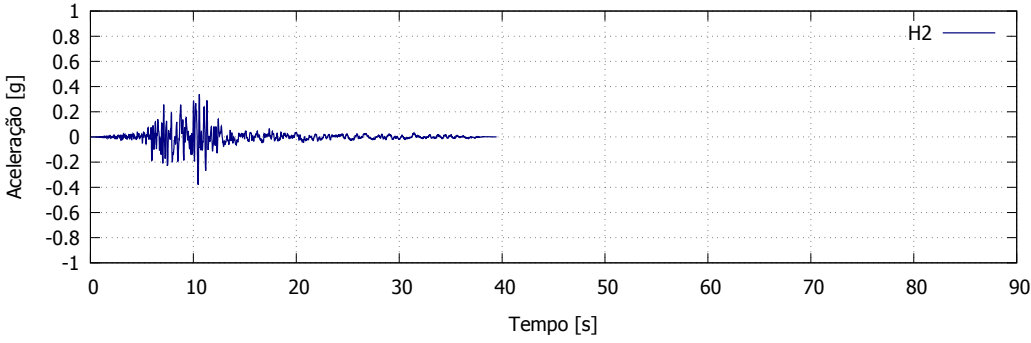


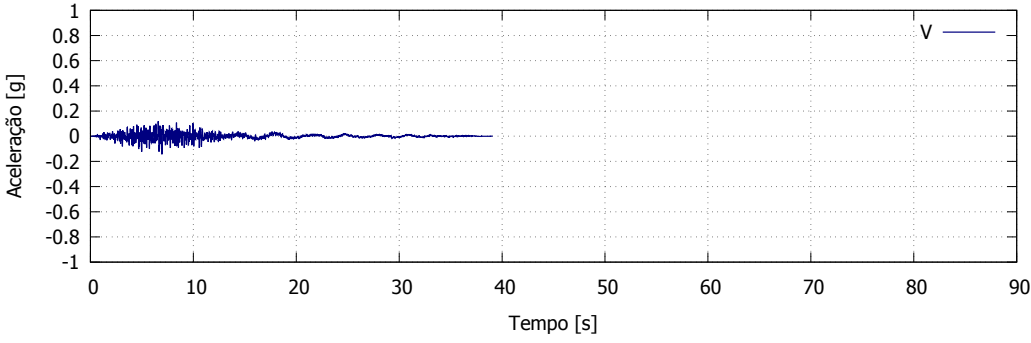
Figura A.3: Sismo de Hollister, 1961



(a)



(b)



(c)

Figura A.4: Sismo de Imperial Valley, 1979

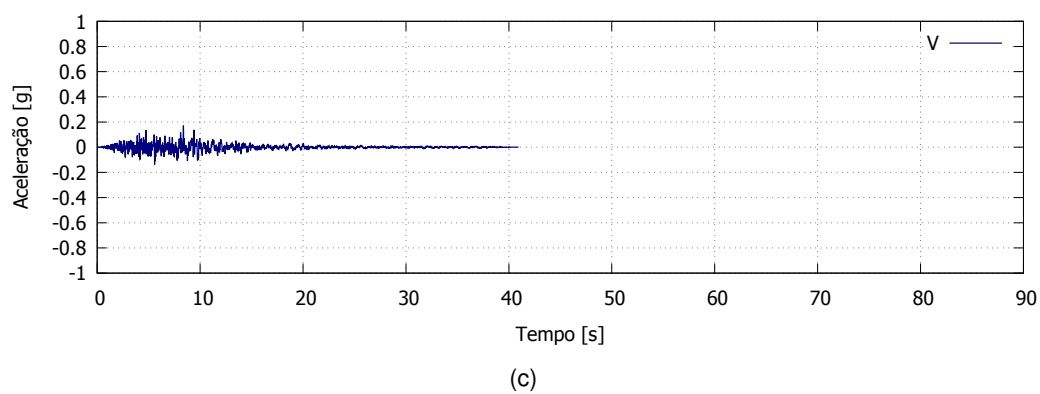
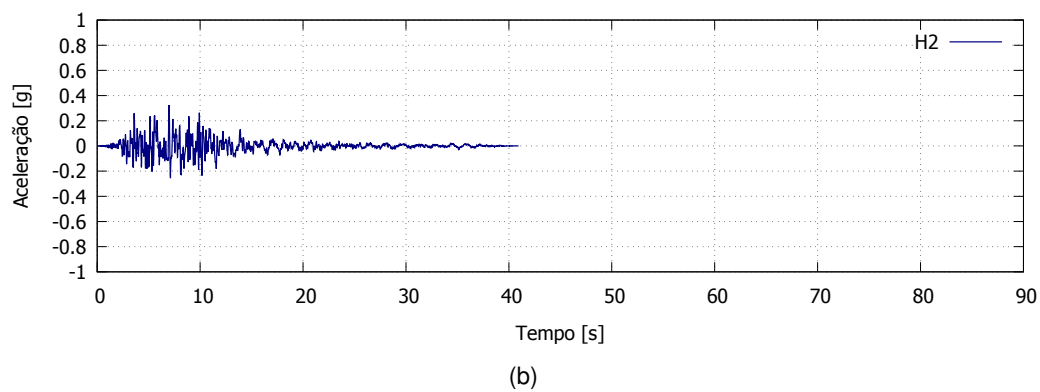
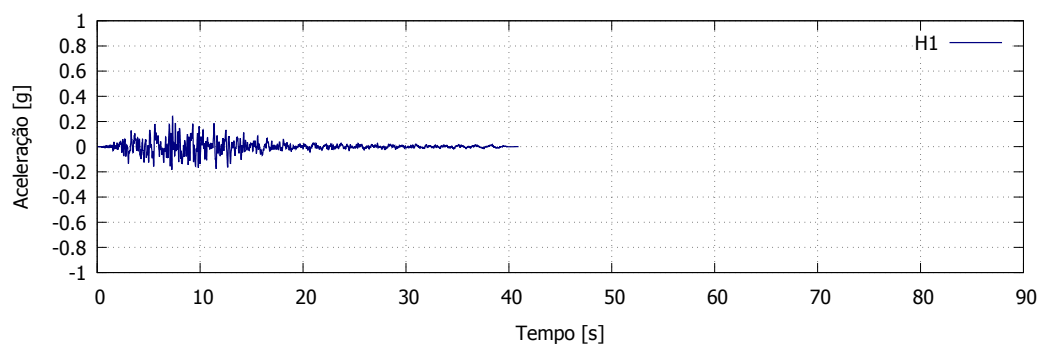
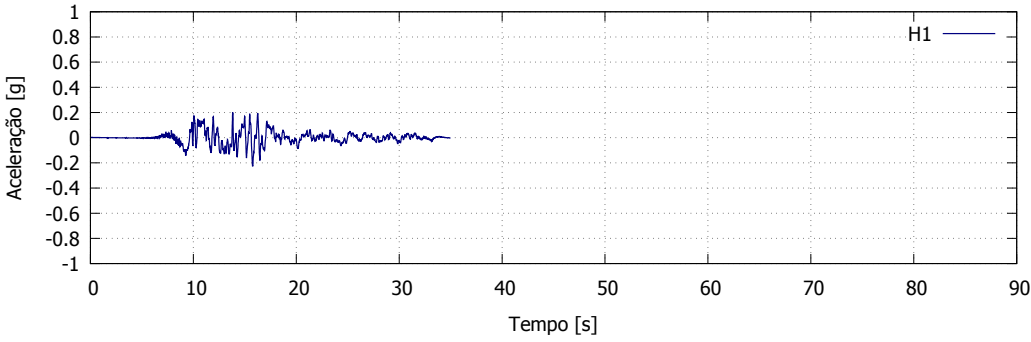
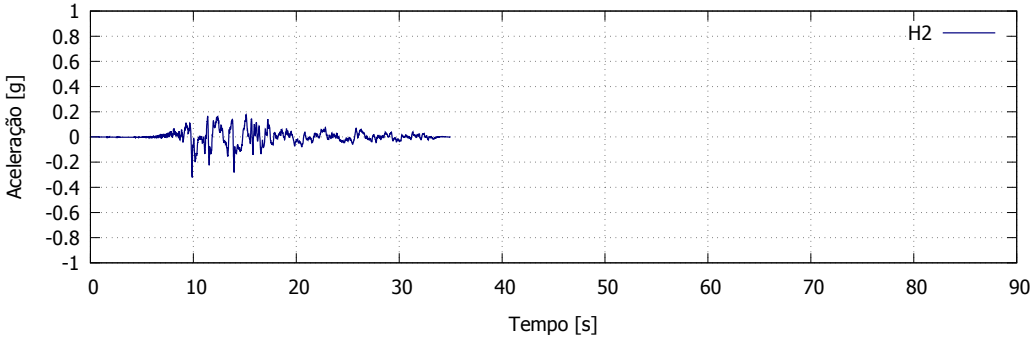


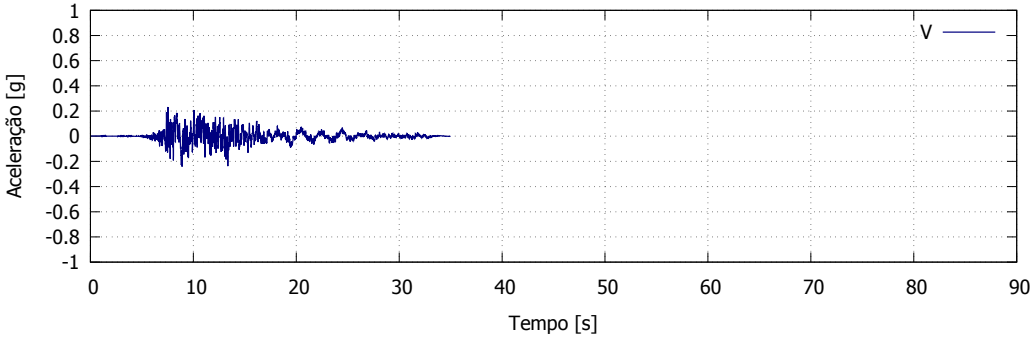
Figura A.5: Sismo de Kobe, 1995



(a)

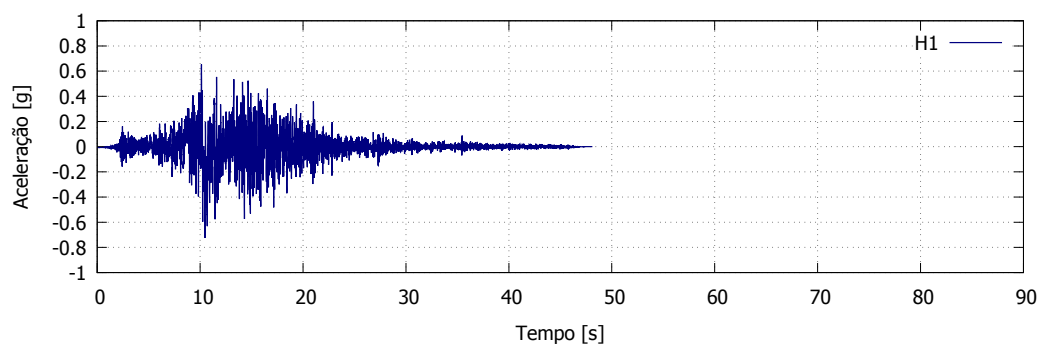


(b)

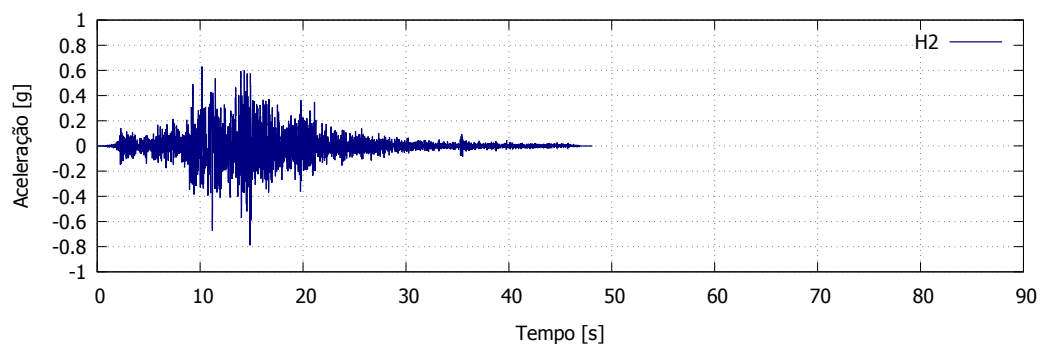


(c)

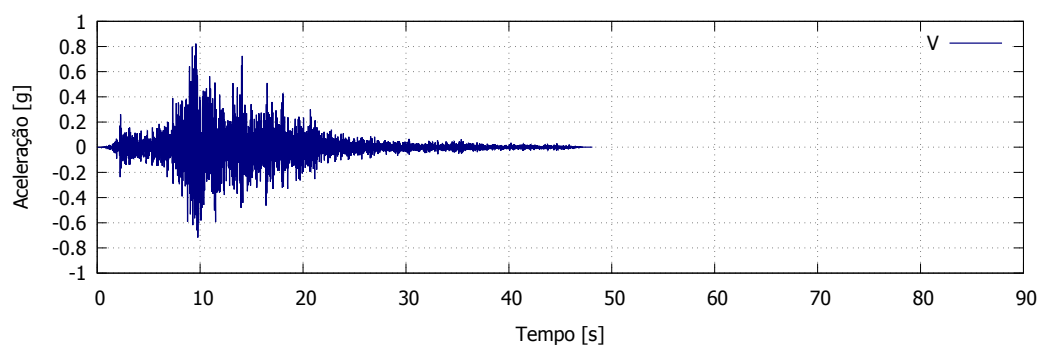
Figura A.6: Sismo de Kocaeli, 1999



(a)

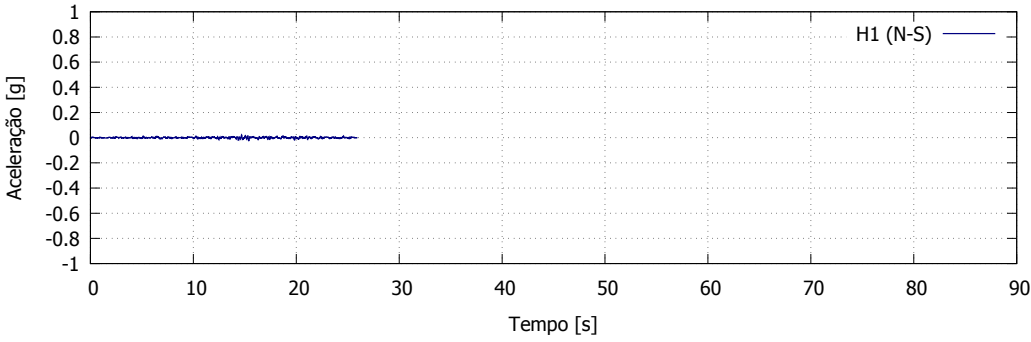


(b)

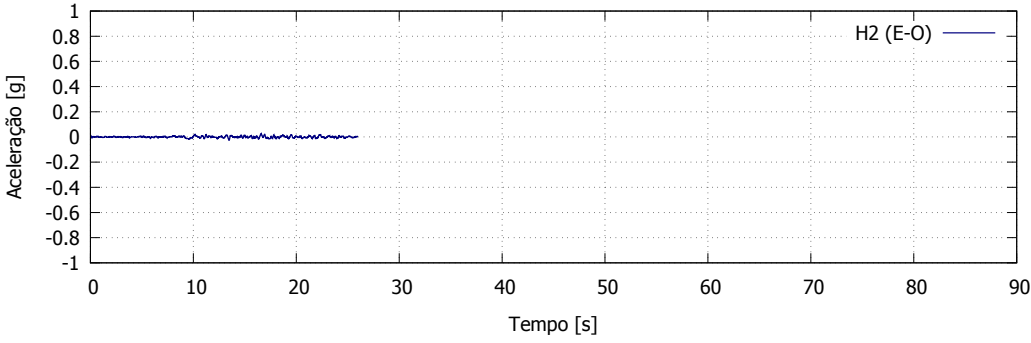


(c)

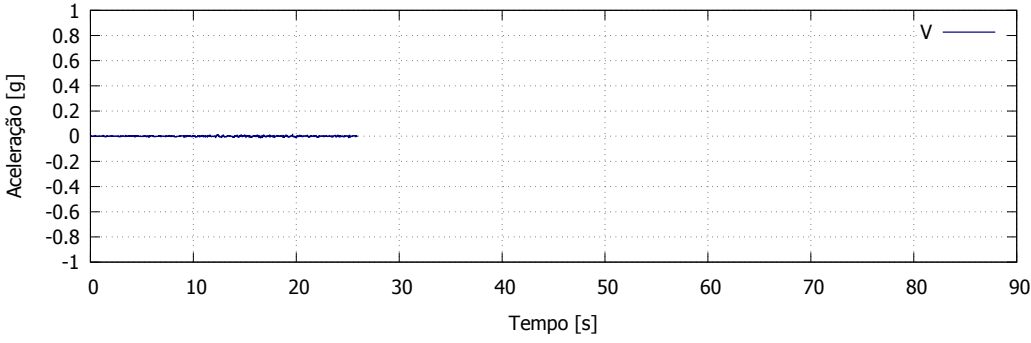
Figura A.7: Sismo de Landers, 1992



(a)

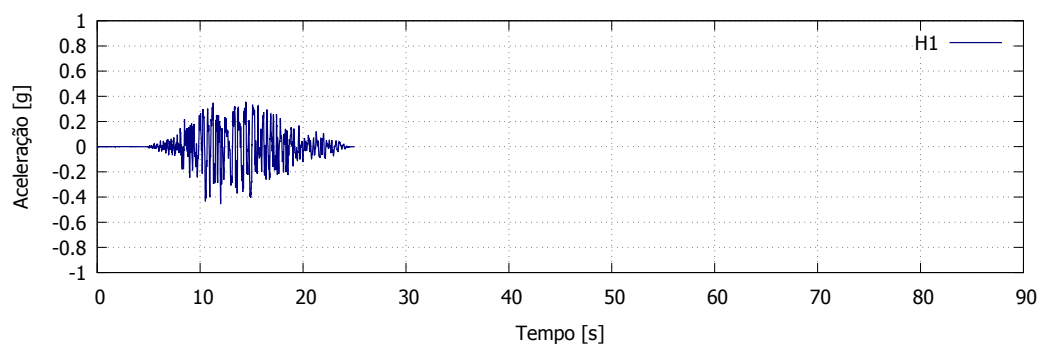


(b)

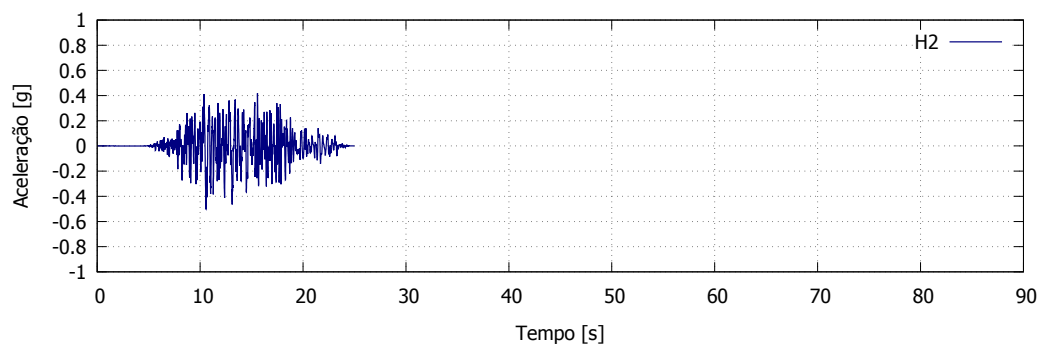


(c)

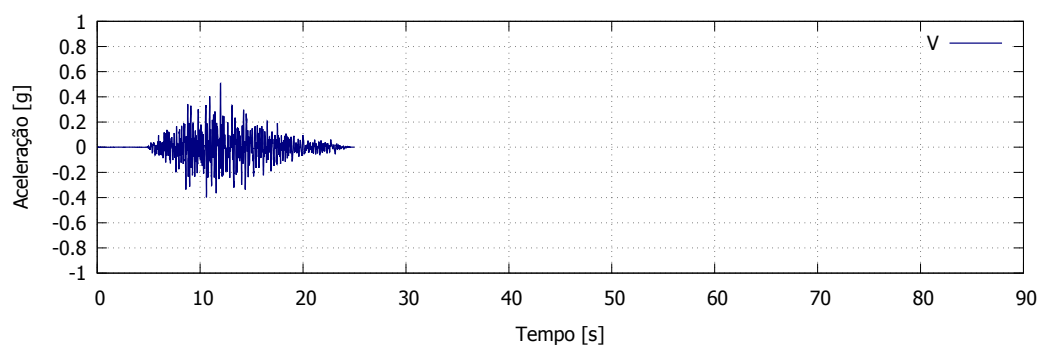
Figura A.8: Sismo de Lisboa, 1969



(a)

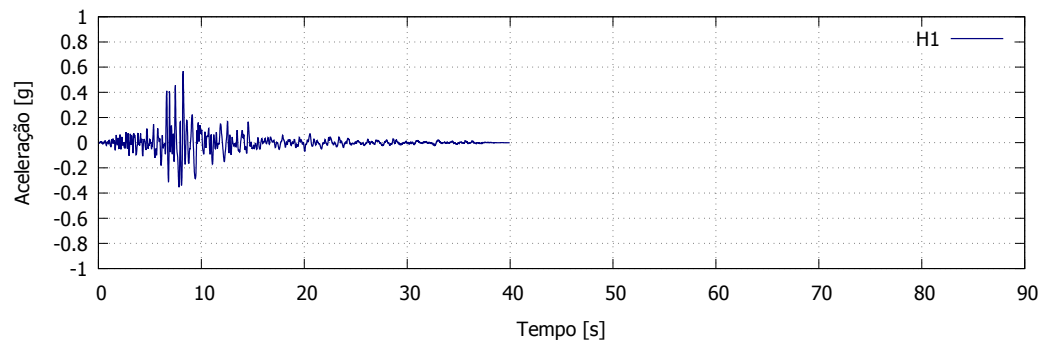


(b)

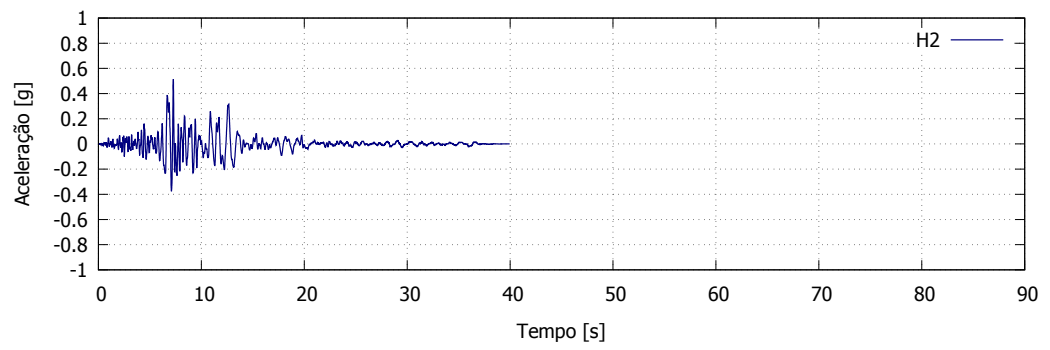


(c)

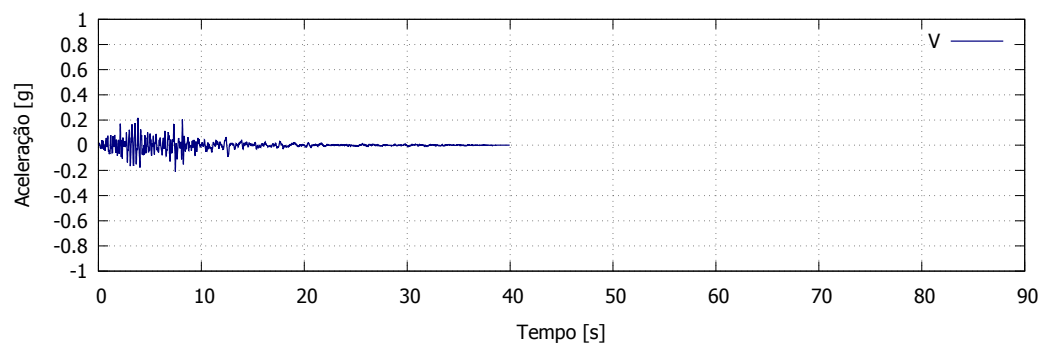
Figura A.9: Sismo de Loma Prieta, 1989



(a)

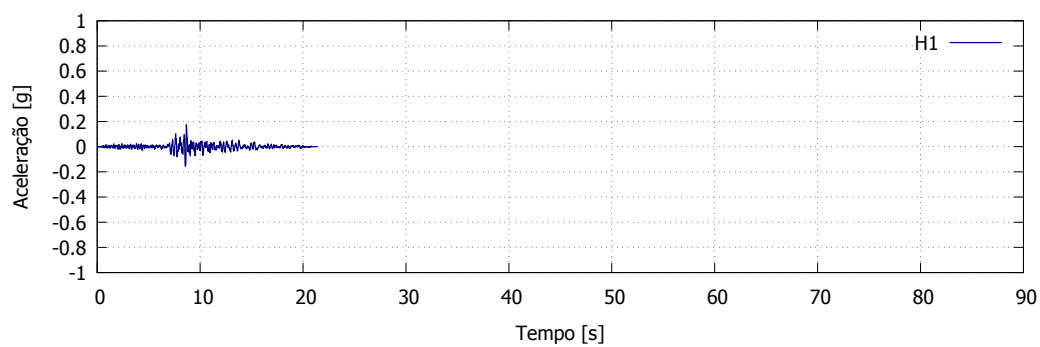


(b)

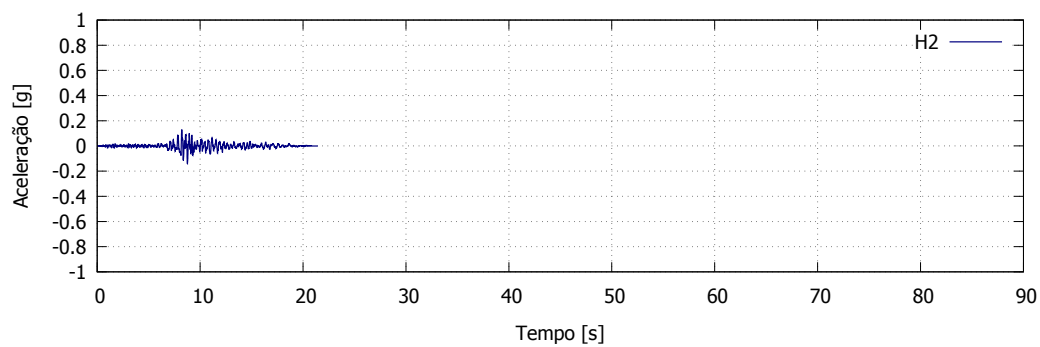


(c)

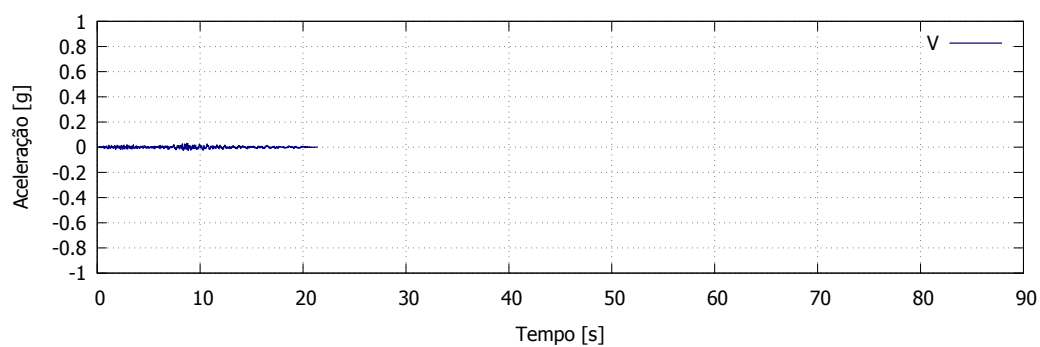
Figura A.10: Sismo de Northridge, 1994



(a)

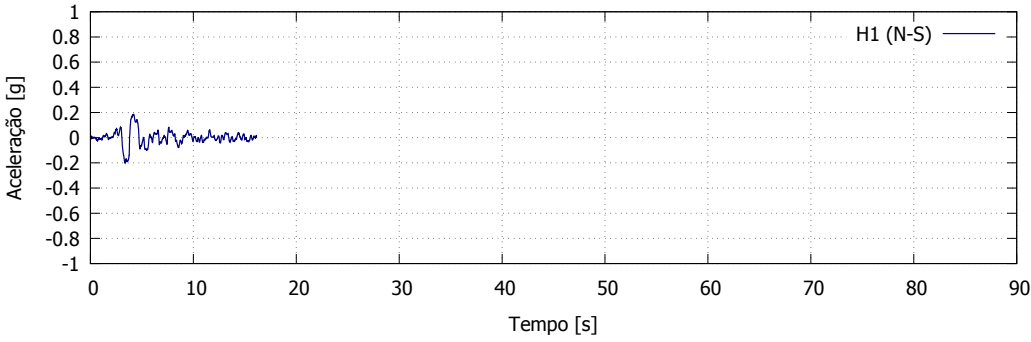


(b)

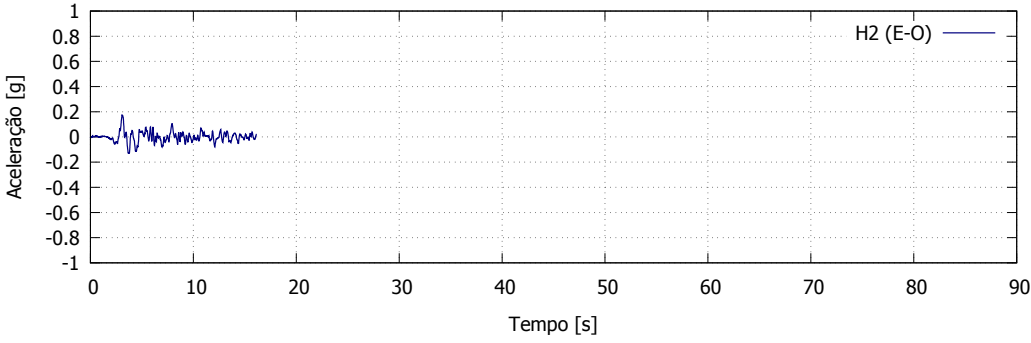


(c)

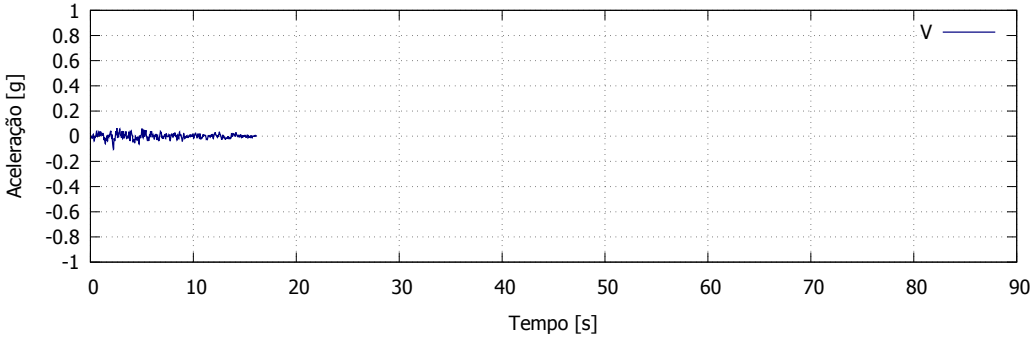
Figura A.11: Sismo de Trinidad, 1983



(a)



(b)



(c)

Figura A.12: Sismo de Vrancea, 1977

Apêndice B

Espectros de resposta

O apêndice contém seis figuras, onde é possível comparar os espectros de resposta ajustados, com os espectros de resposta elástica definidos pelo EC8, para as componentes horizontal e vertical da ação sísmica tipo 1 e 2, definidos em função da caracterização da ação sísmica disposta na Tabela 6.2.

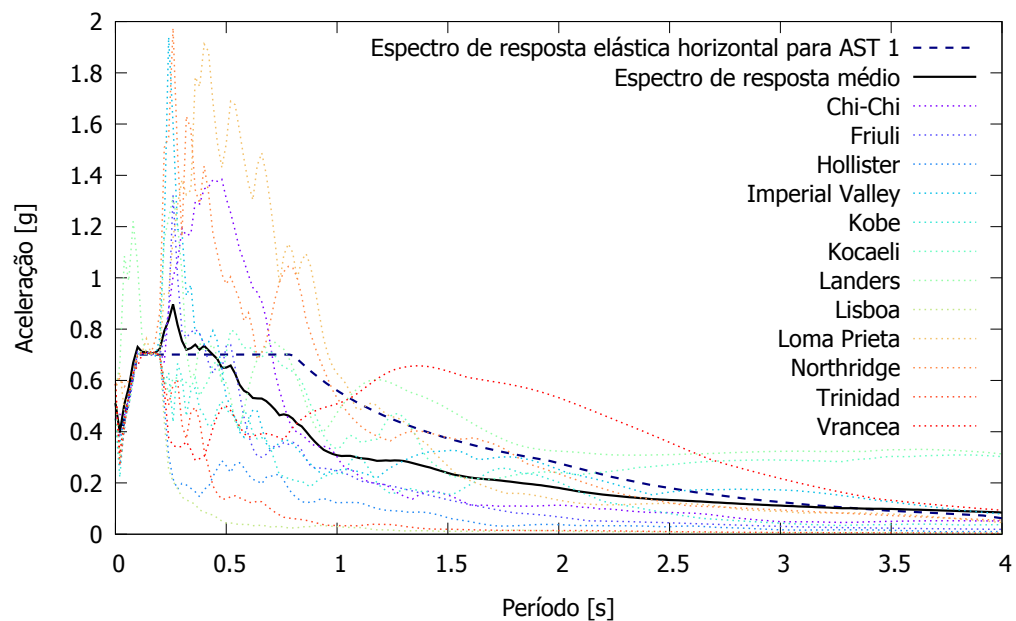


Figura B.1: Forma do espectro de resposta elástica horizontal (H1) para a AST 1 (tracejado) usado na análise, comparado com os espectros de resposta calculados

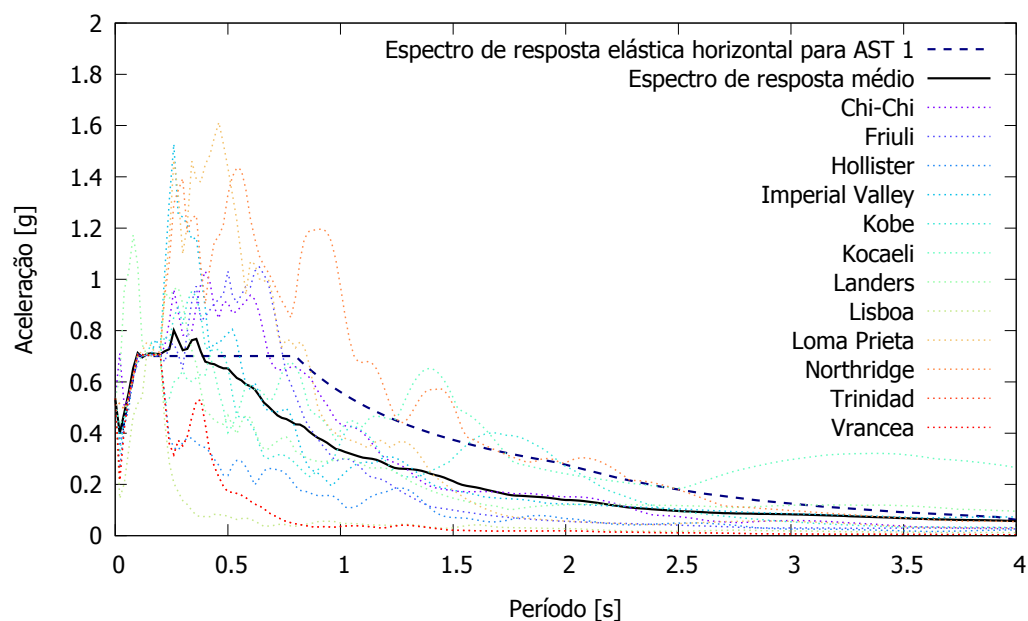


Figura B.2: Forma do espectro de resposta elástica horizontal (H2) para a AST 1 (tracejado) usado na análise, comparado com os espectros de resposta calculados

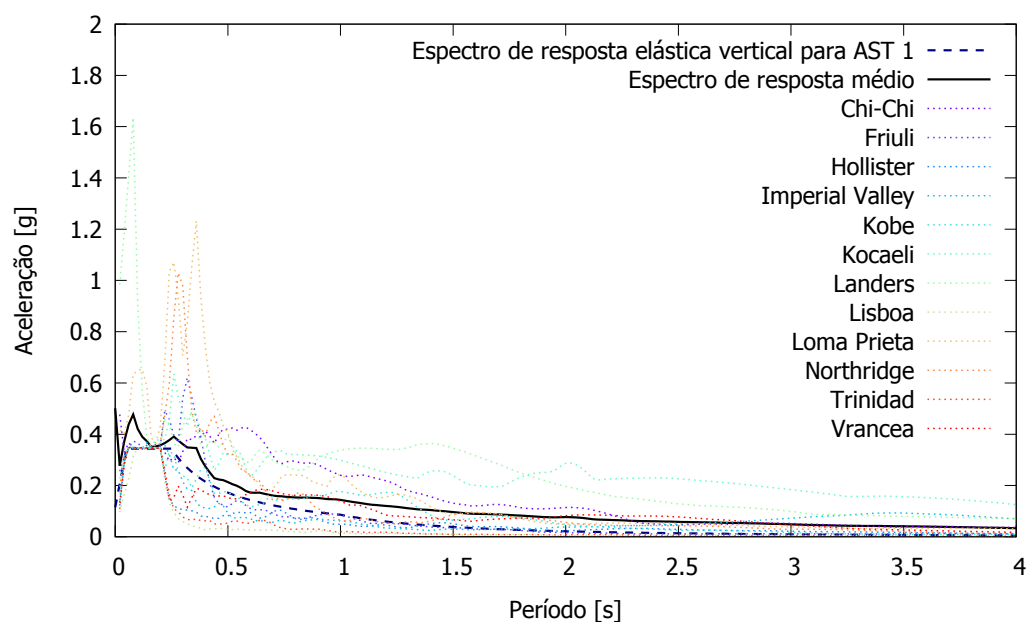


Figura B.3: Forma do espectro de resposta elástica vertical para a AST 1 (tracejado) usado na análise, comparado com os espectros de resposta calculados

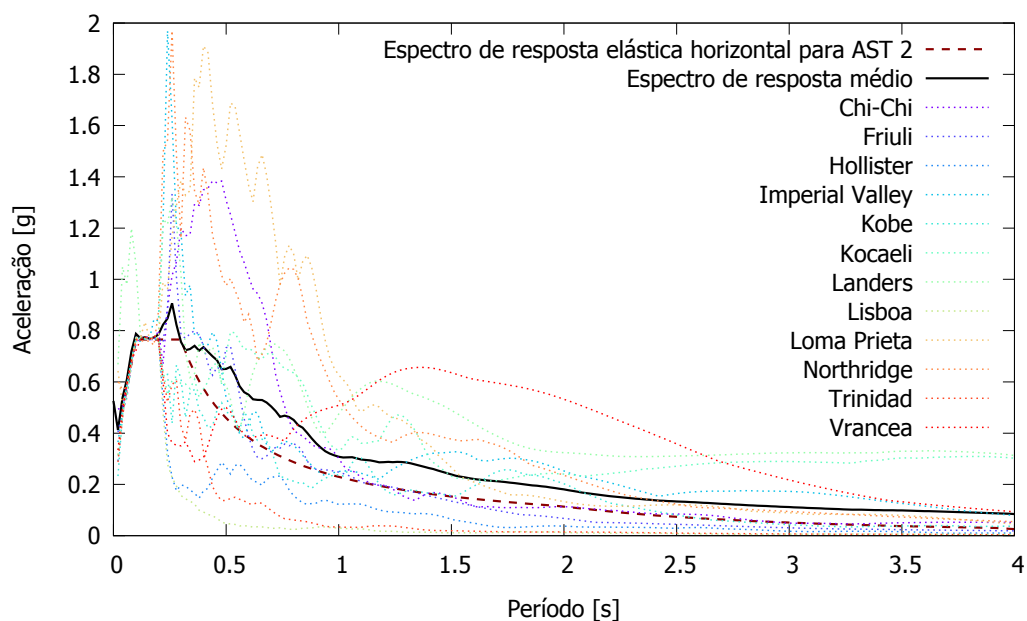


Figura B.4: Forma do espectro de resposta elástica horizontal (H1) para a AST 2 (tracejado) usado na análise, comparado com os espectros de resposta calculados

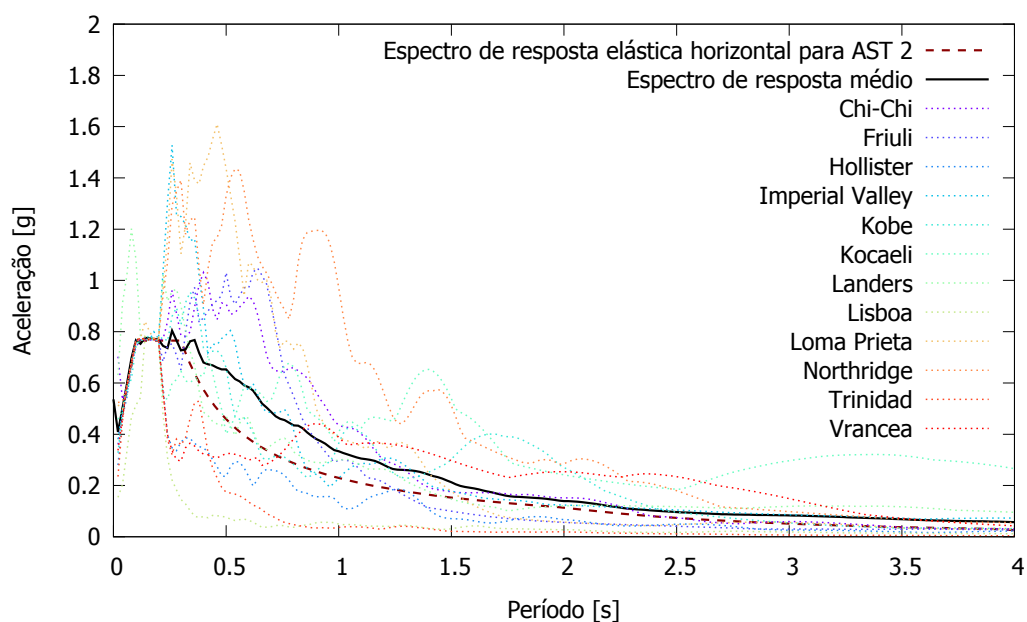


Figura B.5: Forma do espectro de resposta elástica horizontal (H2) para a AST 2 (tracejado) usado na análise, comparado com os espectros de resposta calculados

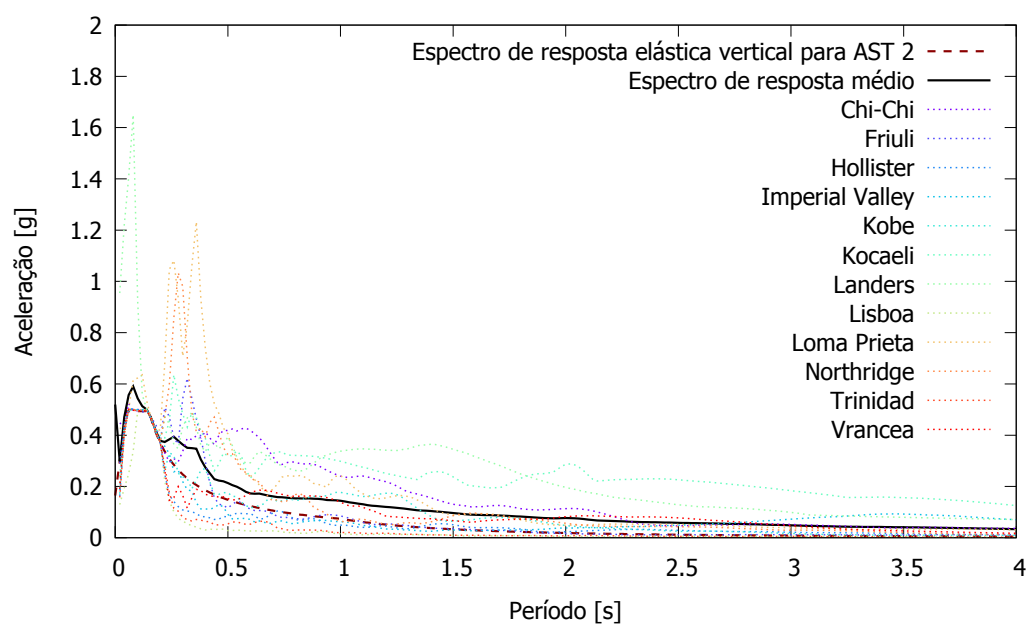


Figura B.6: Forma do espectro de resposta elástica vertical para a AST 2 (tracejado) usado na análise, comparado com os espectros de resposta calculados

Apêndice C

Avaliação de danos

Este apêndice apresenta um conjunto de imagens que ilustram os estados de dano ligeiro, moderado e extenso, considerando as três situações em estudo: arco sem reforço, arco reforçado com tirante e arco reforçado com cabo de pré-esforço pelo extradorso. Os modelos numéricos exibidos com diferentes níveis de dano, tem diferentes propriedades mecânicas e foram obtidos para diferentes níveis de PGA.

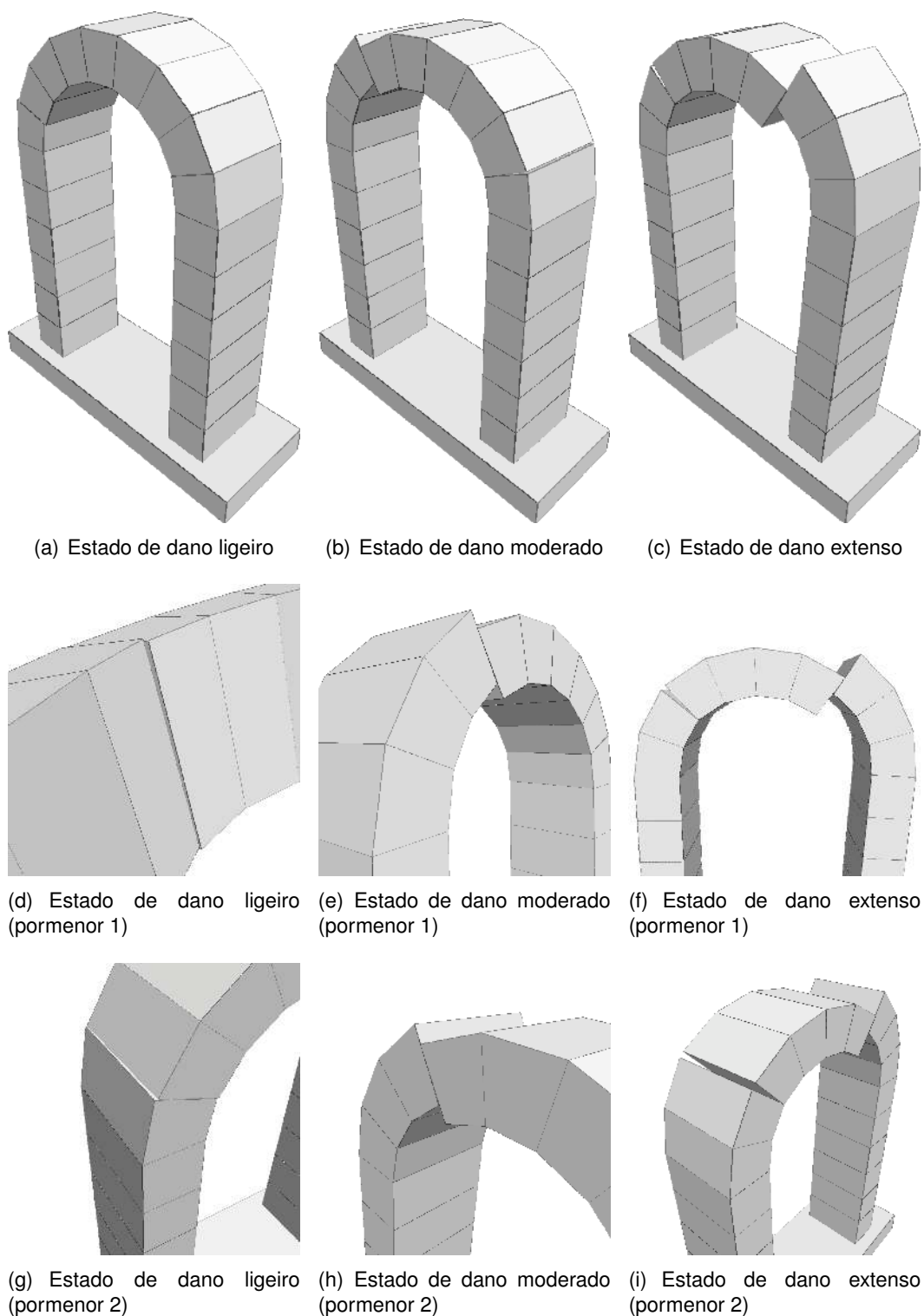
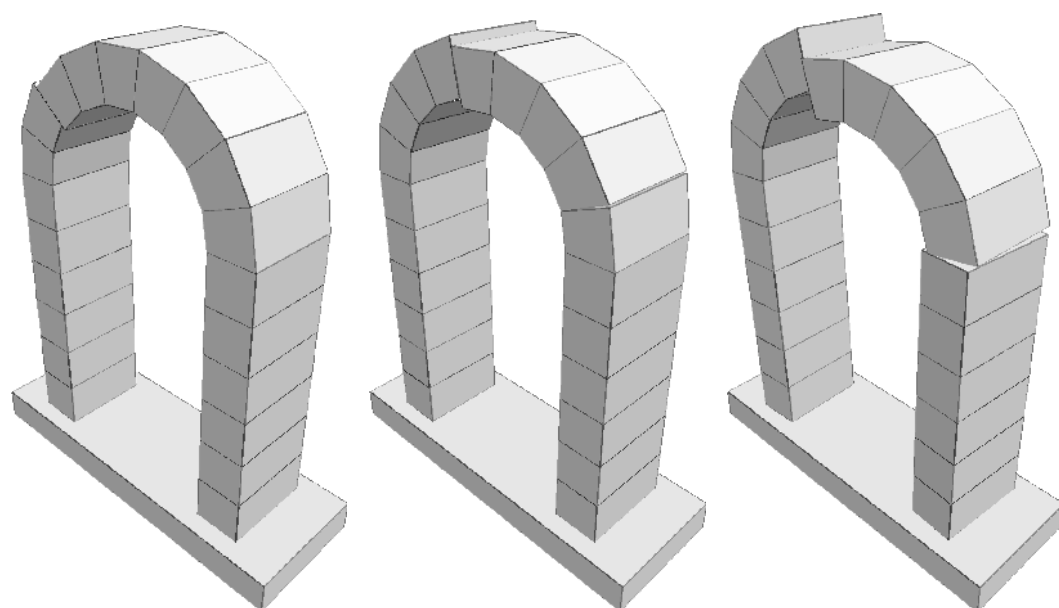


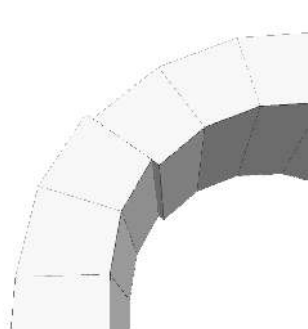
Figura C.1: Exemplos de estados de dano para o arco sem reforço



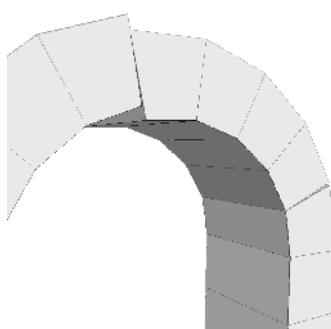
(a) Estado de dano ligeiro

(b) Estado de dano moderado

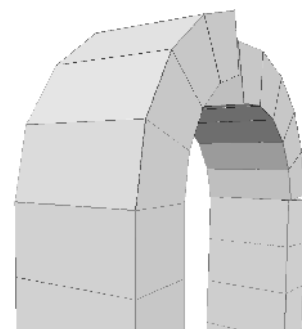
(c) Estado de dano extenso



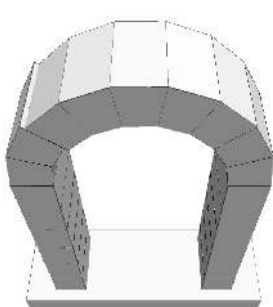
(d) Estado de dano ligeiro (pormenor 1)



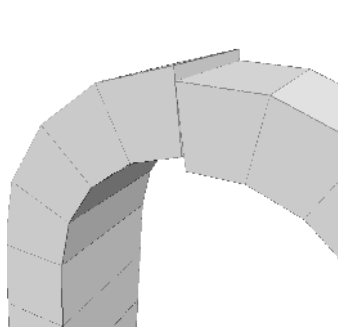
(e) Estado de dano moderado (pormenor 1)



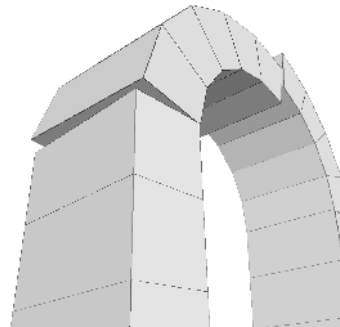
(f) Estado de dano extenso (pormenor 1)



(g) Estado de dano ligeiro (pormenor 2)



(h) Estado de dano moderado (pormenor 2)



(i) Estado de dano extenso (pormenor 2)

Figura C.2: Exemplos de estados de dano para o arco sem reforço

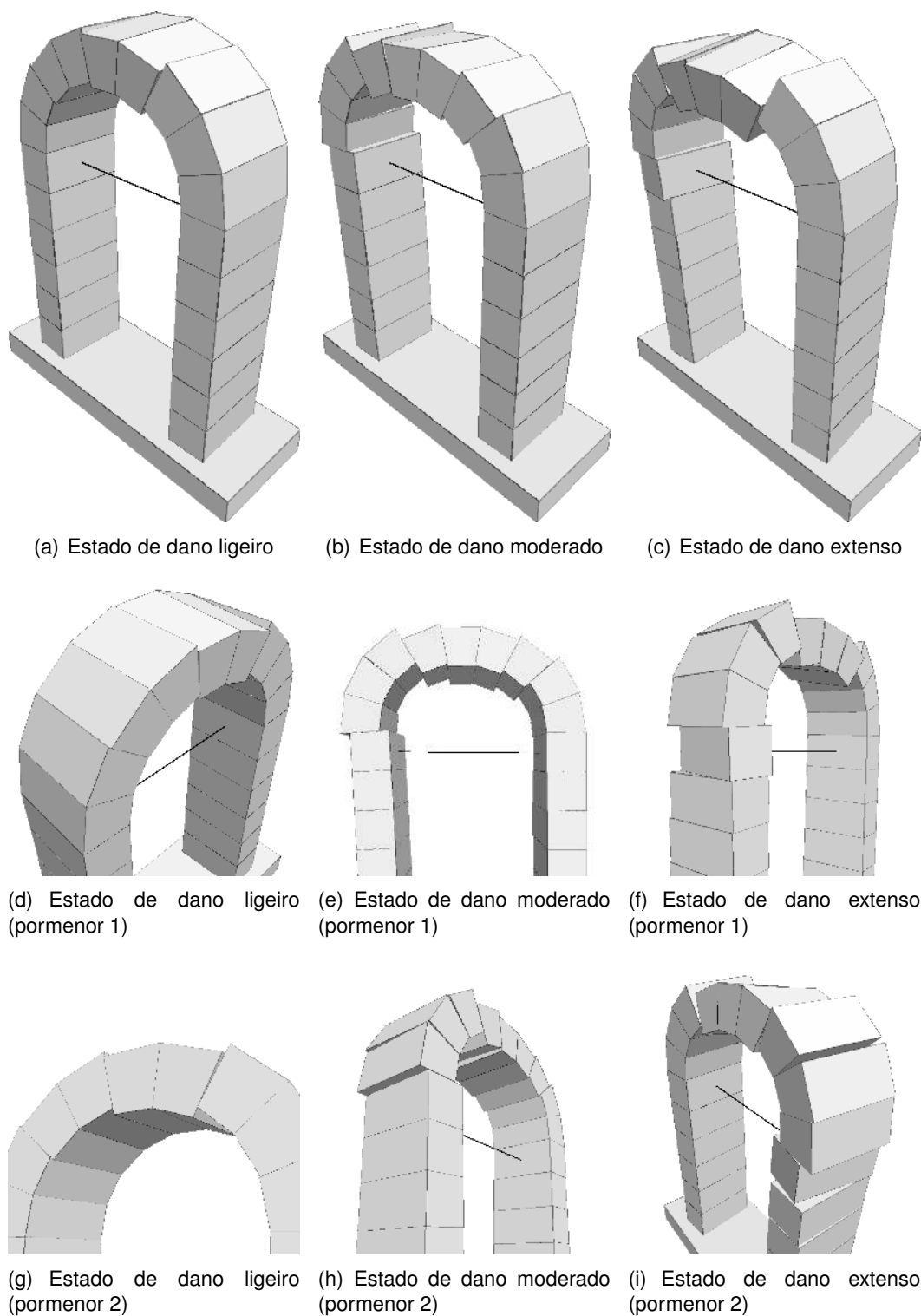


Figura C.3: Exemplos de estados de dano para o arco reforçado com tirante (solução de reforço 1)

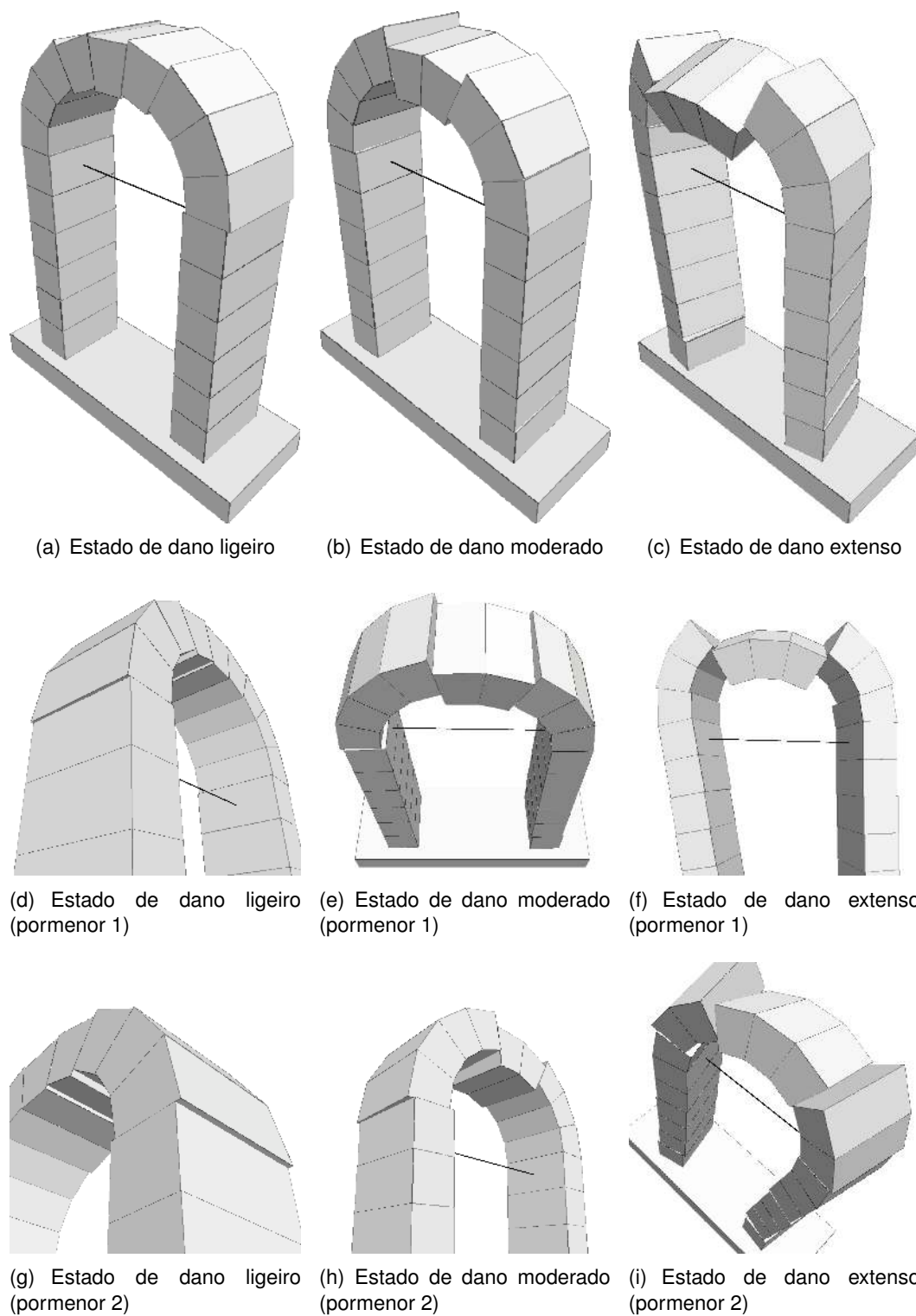


Figura C.4: Exemplos de estados de dano para o arco reforçado com tirante (solução de reforço 1)

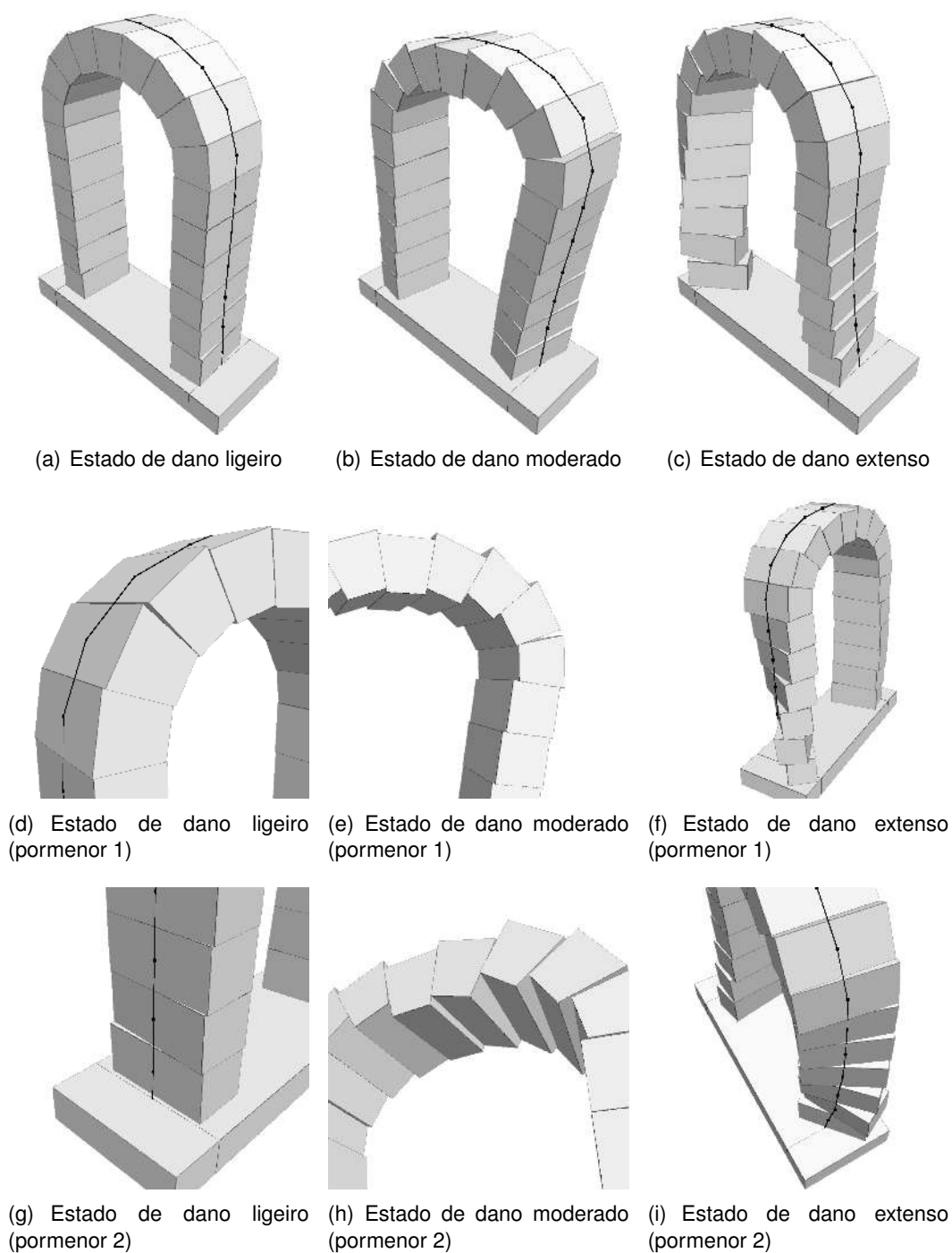


Figura C.5: Exemplos de estados de dano para o arco reforçado com cabo de pré-esforço pelo extradorso (solução de reforço 2)

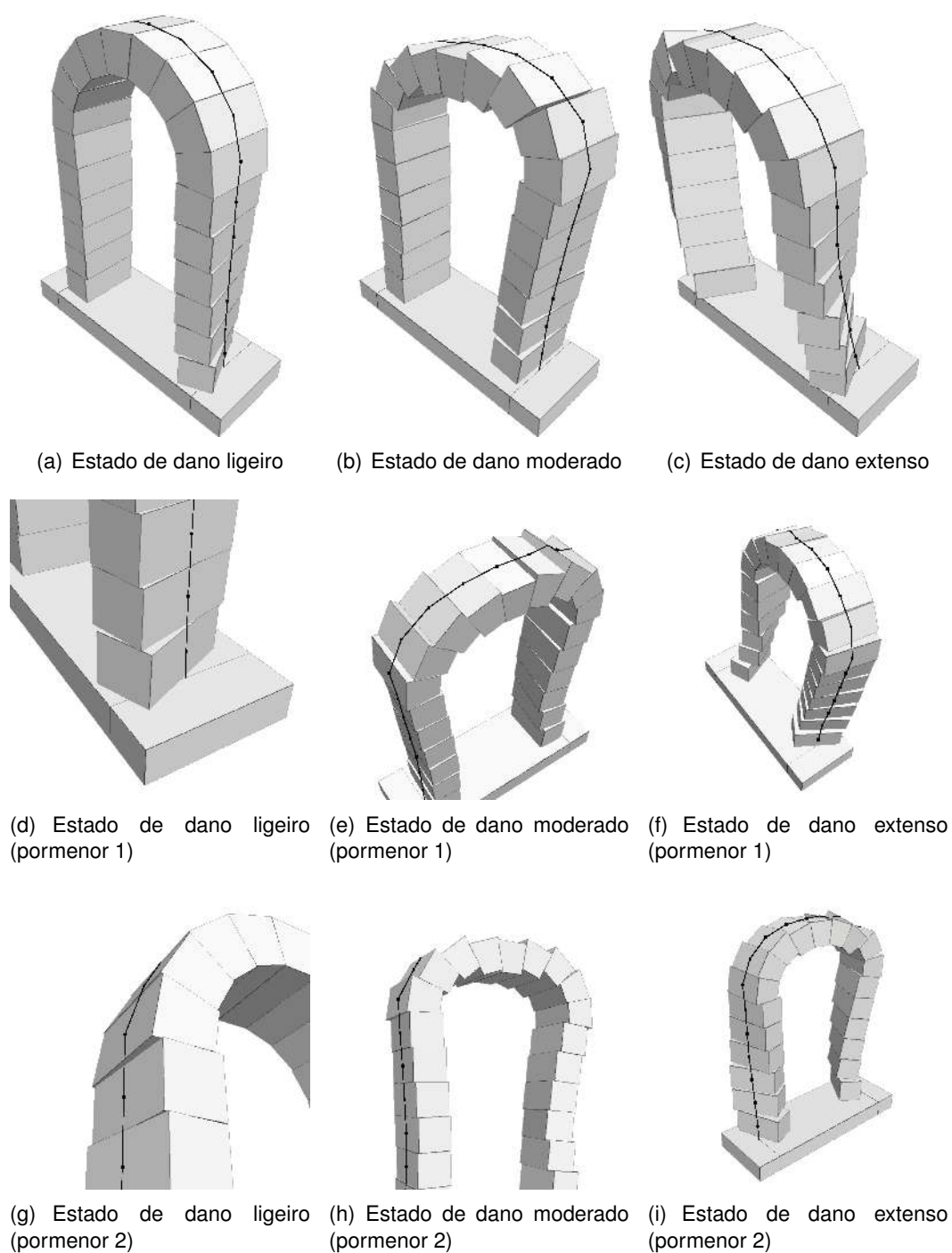


Figura C.6: Exemplos de estados de dano para o arco reforçado com cabo de pré-esforço pelo extradorso (solução de reforço 2)

Apêndice D

Código para implementação do reforço

Neste apêndice é exposto o código em FISH, desenvolvido no programa 3DEC, para a inclusão de cabos e barras de reforço nas análises numéricas, com a geometria e propriedades mecânicas desejadas pelo utilizador.

```
; -----  
;  
; --- 3DEC --- external cable logic ---  
;  
; --- J.V. Lemos --- June 1999 ---  
;  
; -----  
;  
call block.fin  
;  
; -----  
;  
; XCAB_INI --- initialize variables ---  
;  
; -----  
def xcab_ini  
;  
    nxcab = 0  
    nxcabmax = 40  
    array xcabx1(40),xcaby1(40),xcabz1(40)  
    array xcabx2(40),xcaby2(40),xcabz2(40)  
    array xcabx10(40),xcaby10(40),xcabz10(40)  
    array xcabx20(40),xcaby20(40),xcabz20(40)  
    array xcabf1(40),xcabf2(40)  
    array xcabf1w1(40),xcabf1w2(40),xcabf1w3(40)  
    array xcabf2w1(40),xcabf2w2(40),xcabf2w3(40)  
    array xcabf1v1(40),xcabf1v2(40),xcabf1v3(40)
```

```

array xcabf2v1(40),xcabf2v2(40),xcabf2v3(40)
array xcabmat(40,10),xcabf0(40)
array xcabfx(40),xcabfy(40),xcabfz(40)
array xcabdx(40),xcabdy(40),xcabdz(40)
array xcabdax(40),xcabfax(40),xcabstat(40)
array xcablen(40)
array xcabdaxinc(40)
;
x1xcab = 0.0
y1xcab = 0.0
z1xcab = 0.0
x2xcab = 0.0
y2xcab = 0.0
z2xcab = 0.0
r_e     = 0.0
r_area  = 0.0
r_force = 0.0
r_comp  = 0.0
r_tens  = 0.0
;
r_ntol  = 0.1
;
r_plot  = 0.1

dlast = 0.0
;
end
;
@xcab_ini
;
; -----
;
; XCAB_GEN : generate element ---
;
; SET:
;
;   X1XCAB, Y1XCAB, Z1XCAB
;   X2XCAB, Y2XCAB, Z2XCAB
;   R_E
;   R_AREA
;   R_FORCE
;   R_COMP
;   R_TENS
;
; -----
def xcab_gen
;

```

```

ii = out('-----')
ii = out('xcab_gen')

section
;
    nxcab = nxcab + 1
    xcabx1(nxcab) = x1xcab
    xcaby1(nxcab) = y1xcab
    xcabz1(nxcab) = z1xcab
    xcabx2(nxcab) = x2xcab
    xcaby2(nxcab) = y2xcab
    xcabz2(nxcab) = z2xcab
    ii = out ( ' ----- ' )
    ii = out ( ' new external cable element : '+string(nxcab))
ii = out(' x1xcab = '+string(x1xcab)+' y1xcab = '+string(y1xcab)+'
z1xcab = '+string(z1xcab))
ii = out(' x2xcab = '+string(x2xcab)+' y2xcab = '+string(y2xcab)+'
z2xcab = '+string(z2xcab))
;
    xpp = x1xcab
    ypp = y1xcab
    zpp = z1xcab

    face_near;
;ii = out ('-----')
;ii = out ( ' face 1 = '+string(ifpp)+' iv1pp = '+string(iv1pp)+'
iv2pp = '+string(iv2pp)+' iv3pp = '+string(iv3pp))
    xcabf1(nxcab) = ifpp
    xcabf1v1(nxcab) = iv1pp
    xcabf1v2(nxcab) = iv2pp
    xcabf1v3(nxcab) = iv3pp

    xcabx10(nxcab) = xcabx1(nxcab)
    xcaby10(nxcab) = xcaby1(nxcab)
    xcabz10(nxcab) = xcabz1(nxcab)

    xcabx1(nxcab) = xppn
    xcaby1(nxcab) = yppn
    xcabz1(nxcab) = zppn
ii = out ( ' xppn = '+string(xppn)+' yppn = '+string(yppn)+' zppn =
'+string(zppn))
;
    xpp = x2xcab
    ypp = y2xcab
    zpp = z2xcab

    face_near

```

```

ii = out (' face 2 '+string(ifpp))
xcabf2(nxcab) = ifpp
xcabf2v1(nxcab) = iv1pp
xcabf2v2(nxcab) = iv2pp
xcabf2v3(nxcab) = iv3pp

xcabx20(nxcab) = xcabx2(nxcab)
xcaby20(nxcab) = xcaby2(nxcab)
xcabz20(nxcab) = xcabz2(nxcab)

xcabx2(nxcab) = xppn
xcaby2(nxcab) = yppn
xcabz2(nxcab) = zppn
ii = out (' xppn = '+string(xppn)+' yppn = '+string(yppn)+' zppn =
'+string(zppn))
;
ii=out(' bef. getwt3')

getwt3
;
dx = xcabx2(nxcab)-xcabx1(nxcab)
dy = xcaby2(nxcab)-xcaby1(nxcab)
dz = xcabz2(nxcab)-xcabz1(nxcab)
dd = sqrt(dx*dx + dy*dy + dz*dz)

ii = out(' dx = '+string(dx)+' dy = '+string(dy)+' dz =
'+string(dz)+' dd = '+string(dd))

if dd <= 0.0
    ii = out(' *** zero element length')
    exit section
endif

xcablen(nxcab) = dd
;
if iout = 1
    ii = out (' error iout=1')
endif
;
; get properties
xcabmat(nxcab,1) = r_e
xcabmat(nxcab,2) = r_area
xcabmat(nxcab,3) = r_comp
xcabmat(nxcab,4) = r_tens
xcabf0(nxcab) = r_force
xcabfax(nxcab) = r_force
ii = out (' r_e = '+string(xcabmat(nxcab,1)))

```

```

    ii = out (' r_area = '+string(r_area))
    ii = out (' r_force = '+string(r_force))
;
endsection
;
ii=out(' end xcab_gen')

end
;
; -----
;
; XCAB_PR --- print functions ---
;
; -----
def xcab_pr
    ii = out (' number of external cable elements '+string(nxcab))
    loop i (1, nxcab)
        ii = out (' ----- number '+string(i))
        section
            ax = xcabx1(i)
            ay = xcaby1(i)
            az = xcabz1(i)
            ii = out (' point 1 : '+string(ax)+' '+string(ay)+'
'+string(az))
            bx = xcabx2(i)
            by = xcaby2(i)
            bz = xcabz2(i)
            ii = out (' point 2 : '+string(bx)+' '+string(by)+'
'+string(bz))
            ii = out (' face 1 : '+string(xcabf1(i)))
            ii = out (' face 2 : '+string(xcabf2(i)))
            i1 = xcabf1v1(i)
            i2 = xcabf1v2(i)
            i3 = xcabf1v3(i)
            ii = out (' vert. face 1: '+string(i1)+' '+string(i2)+'
'+string(i3))
            i1 = xcabf2v1(i)
            i2 = xcabf2v2(i)
            i3 = xcabf2v3(i)
            ii = out (' vert. face 2: '+string(i1)+' '+string(i2)+'
'+string(i3))
            w1 = xcabf1w1(i)
            w2 = xcabf1w2(i)
            w3 = xcabf1w3(i)
            ii = out (' weights face 1: '+string(w1)+string(w2)+string(w3))
            w1 = xcabf2w1(i)
            w2 = xcabf2w2(i)

```

```

w3 = xcabf2w3(i)
ii = out (' weights face 2: '+string(w1)+string(w2)+string(w3))
dx = bx - ax
dy = by - ay
dz = bz - az
dd = SQRT(dx*dx+dy*dy+dz*dz)
if dd <= 0.0
    ii = out(' *** zero length')
    exit section
endif
vnx = dx / dd
vny = dy / dd
vnz = dz / dd
ii = out (' element length: '+string(dd))
ii = out (' dx: '+string(dx)+' dy: '+string(dy)+' dz:
'+string(dz))
ii = out (' nx: '+string(vnx)+' ny: '+string(vny)+' nz:
'+string(vnz))
;
    ii = out (' r_e      '+string(xcabmat(i,1)))
    ii = out (' r_area '+string(xcabmat(i,2)))
    ii = out (' r_comp '+string(xcabmat(i,3)))
    ii = out (' r_tens '+string(xcabmat(i,4)))
    ii = out (' r_force (initial) '+string(xcabf0(i)))
    ii = out (' axial displ. '+string(xcabdax(i)))
    ii = out (' axial force '+string(xcabfax(i)))
;
    endsection
;
    endloop
;
end
;
def xcab_pr2
    ii = out (' no. external cable elements '+string(nxcab))
    loop i (1, nxcab)
        ii = out (' ----- no. '+string(i))
        xpp = xcabx1(i)
        ypp = xcaby1(i)
        zpp = xcabz1(i)
        ii = out (' point 1 : '+string(xpp)+string(ypp)+string(zpp))
        xpp = xcabx2(i)
        ypp = xcaby2(i)
        zpp = xcabz2(i)
        ii = out (' point 2 : '+string(xpp)+string(ypp)+string(zpp))
        ss1 = ' axial displ. '+string(xcabdax(i))
        ss1 = ss1+' axial force '+string(xcabfax(i))
    endloop
end

```

```

        ii = out (ss1)
    endloop
;
end
;
def xcab_pr3
    ii = out (' no. external cable elements '+string(nxcab))
    loop i (1, nxcab)
        dax = xcabdax(i)
        fax = xcabfax(i)
        ii = out (' '+string(i)+' dax '+string(dax)+' fax '+string(fax))
    endloop
;
end
;
; -----
;
; XCAB_PL --- plot blocks ---
;
; -----
def xcab_pl
    loop i (1, nxcab)
        section
            ax = xcabx1(i)
            ay = xcaby1(i)
            az = xcabz1(i)
            bx = xcabx2(i)
            by = xcaby2(i)
            bz = xcabz2(i)
;
            command
                poly drum ax ay az bx by bz r_plot r_plot 4
            endcommand
;
        endsection
;
    endloop
;
end
;
; -----
;
; FACE_NEAR : function to find face nearest to point
;
; --- J.V. Lemos --- June 99 ---
;
; input : XPP, YPP, ZPP

```

```

;
; output : IFPP
;
; -----
;
def face_near_ini
    ifpp = 0
    xpp = 0.0
    ypp = 0.0
    zpp = 0.0
    iv1pp = 0
    iv2pp = 0
    iv3pp = 0
end
;
@face_near_ini
;
def face_near
;
    ifpp = 0
    dd_min = 1.0e20
    dd_n = 0.0
;
    section
;
    ib = block_head
    loop while ib # 0
        ifa = imem(ib+$kf)
        ifa2 = imem(ib+$kf2)
ii=out(' ib '+string(ib)+' ifa '+string(ifa)+' ifa2 '+string(ifa2))
        if ifa2 = 0
            ii = out (' *** faces not triangulated yet ***')
        endif
        loop while ifa # 0
            iv1 = imem(ifa+$kfpv1)
            if iv1 = 0
                ii = out (' *** iv1=0')
            endif
            iver1 = imem(iv1+$kpvv)
            iv2 = imem(iv1+$kpnv)
            if iv2 = 0
                ii = out (' *** iv2=0')
            endif
            iver2 = imem(iv2+$kpvv)
            iv3 = imem(iv2+$kpnv)
            if iv3 = 0
                ii = out (' *** iv3=0')
            endif
        endloop
    endloop
enddef

```



```

endif
iver3 = imem(iv3+$kpvv)
;
if iver1 = 0
    ii = out (' *** iver1=0')
    exit section
endif
if iver2 = 0
    ii = out (' *** iver2=0')
    exit section
endif
if iver3 = 0
    ii = out (' *** iver3=0')
    exit section
endif
;
xf = (gp_x(iver1)+gp_x(iver2)+gp_x(iver3))/3.0;

;ii = out (' gp_x(iver1) = '+string(gp_x(iver1))+ ' gp_x(iver2) =
'+string(gp_x(iver2))+ ' gp_x(iver3) = '+string(gp_x(iver3))+ ' xf =
'+string(xf))

yf = (gp_y(iver1)+gp_y(iver2)+gp_y(iver3))/3.0

;ii = out (' gp_y(iver1) = '+string(gp_y(iver1))+ ' gp_y(iver2) =
'+string(gp_y(iver2))+ ' gp_y(iver3) = '+string(gp_y(iver3))+ ' xf =
'+string(yf))

zf = (gp_z(iver1)+gp_z(iver2)+gp_z(iver3))/3.0

;ii = out (' gp_z(iver1) = '+string(gp_z(iver1))+ ' gp_z(iver2) =
'+string(gp_z(iver2))+ ' gp_z(iver3) = '+string(gp_z(iver3))+ ' xf =
'+string(zf))
;
dd = sqrt((xpp-xf)^2+(ypp-yf)^2+(zpp-zf)^2);
;=== if dd < dd_min
    vnx = fmem(ifa+$kfpunx); $KFPUNX = 4 ; x component of unit
normal vector to this face
    vny = fmem(ifa+$kfpuny)
    vnz = fmem(ifa+$kfpunz)
    ii = out (' vnx,y,z: '+string(vnx)+string(vny)+string(vnz))

    dd_n = (xpp-xf)*vnx + (ypp-yf)*vny + (zpp-zf)*vnz

ii = out (' dd_n = '+string(dd_n))
;
    if abs(dd_n) < r_ntol

```

```

;
    chkwt3
;
    if iout = 0
;
        ifpp = ifa
        iv1pp = iver1
        iv2pp = iver2
        iv3pp = iver3
        dd_min = dd
        dd_npp = dd_n
        xf1 = xf
        yf1 = yf
        zf1 = zf
;        ii = out(' dd_min = '+string(dd_min)+' ifpp '+string(ifpp))
;        ii = out (' centre: '+string(xf)+' '+string(yf)+'
'+string(zf))
        xppn = xpp - dd_n * vnx
        yppn = ypp - dd_n * vny
        zppn = zpp - dd_n * vnz
;
        endif
;
        endif
;
        ifa = imem(ifa+$knfp); $KNFP = 1 ; index of next face on host
block (0 for end) (index)
        endloop
        ib = b_next(ib)
        endloop
;
        ii = out (' point: '+string(xpp)+' '+string(ypp)+' '+string(zpp))
        ii = out (' proj.: '+string(xppn)+' '+string(yppn)+'
'+string(zppn))
        ii = out (' normal dist. '+string(dd_npp))
        ii = out (' face '+string(ifpp)+' dist. '+string(dd_min))
        ii = out (' face centre: '+string(xf1)+' '+string(yf1)+'
'+string(zf1))
        if ifpp = 0
            ii = out (' *** no face found ***')
        endif
;
        dd_ntol = 0.1
;
        if dd_npp >= dd_ntol
            ii = out (' *** warning : normal distance to face =
'+string(dd_npp))

```

```

endif
;
endsection
;
end
;
; -----
;
; GETWT3 : function to find weights for point in triangular face
;
; --- J.V.Lemos --- June 99 ---
;
; -----
;
def getwt3_ini
    ifpp = 0
    xpp = 0.0
    ypp = 0.0
    zpp = 0.0
end
;
@getwt3_ini
;
def getwt3
;
; --- Find weights W1, W2, W3 for element NXCAB ---
;
; input : NXCAB, XPP, YPP, ZPP
;
; output : W1, W2, W3, IOOUT
;         if point inside face : sets IOOUT=0
;         if point outside face : sets IOOUT=1
;
; array vc(3),va(3),vb(3),vat(3),va1(3),va2(3),va3(3)
;
; w1 = 0.0
; w2 = 0.0
; w3 = 0.0
; iout = 0
;
; j = nxcab

ii=out(' getwt3, j '+string(j))
;
section
;
; if ifpp = 0

```

```

;   ii = out (' error : face=0')
;   iout = 1
;   exit section
; endif
;
  loop jj (1,2)
;
  if jj = 1
    i = xcabf1v1(j)
  else
    i = xcabf2v1(j)
  endif
  if i = 0
    iout = 1
    ii = out (' error : g.p. = 0')
    exit section
  endif
  x1 = gp_x(i)
  y1 = gp_y(i)
  z1 = gp_z(i)
;
  if jj = 1
    i = xcabf1v2(j)
  else
    i = xcabf2v2(j)
  endif
  if i = 0
    iout = 1
    ii = out (' error : g.p. = 0')
    exit section
  endif
  x2 = gp_x(i)
  y2 = gp_y(i)
  z2 = gp_z(i)
;
  if jj = 1
    i = xcabf1v3(j)
  else
    i = xcabf2v3(j)
  endif
  if i = 0
    iout = 1
    ii = out (' error : g.p. = 0')
    exit section
  endif
  x3 = gp_x(i)
  y3 = gp_y(i)

```

```

        z3 = gp_z(i)
;
        if jj = 1
            xpp = xcabx1(j)
            ypp = xcaby1(j)
            zpp = xcabz1(j)
        else
            xpp = xcabx2(j)
            ypp = xcaby2(j)
            zpp = xcabz2(j)
        endif
;
        x2 = x2-x1
        y2 = y2-y1
        z2 = z2-z1
        x3 = x3-x1
        y3 = y3-y1
        z3 = z3-z1
        xp = xpp-x1
        yp = ypp-y1
        zp = zpp-z1
        x1 = 0.0
        y1 = 0.0
        z1 = 0.0
;
;
        ii = out (' iz  = '+string(iz))
        ii = out (' xpp = '+string(xpp))
        ii = out (' ypp = '+string(ypp))
        ii = out (' zpp = '+string(zpp))
;
        va(1) = x2
        va(2) = y2
        va(3) = z2
        vb(1) = x3
        vb(2) = y3
        vb(3) = z3
        cross3
        at = cc
        vat(1) = vc(1)
        vat(2) = vc(2)
        vat(3) = vc(3)
;
        va(1) = xp
        va(2) = yp
        va(3) = zp
        vb(1) = x3
        vb(2) = y3

```

```

vb(3) = z3
cross3
a2 = cc
va2(1) = vc(1)
va2(2) = vc(2)
va2(3) = vc(3)
;
va(1) = x2
va(2) = y2
va(3) = z2
vb(1) = xp
vb(2) = yp
vb(3) = zp
cross3
a3 = cc
va3(1) = vc(1)
va3(2) = vc(2)
va3(3) = vc(3)
;
va(1) = x2-xp
va(2) = y2-yp
va(3) = z2-zp
vb(1) = x3-xp
vb(2) = y3-yp
vb(3) = z3-zp
cross3
a1 = cc
va1(1) = vc(1)
va1(2) = vc(2)
va1(3) = vc(3)
;
    if at <= 0.0
        iout = 1
        ii = out (' error : zone area <= 0.0')
        exit section
    endif
;
sw1 = vat(1)*va1(1)+vat(2)*va1(2)+vat(3)*va1(3)
sw1 = sgn(sw1)
sw2 = vat(1)*va2(1)+vat(2)*va2(2)+vat(3)*va2(3)
sw2 = sgn(sw2)
sw3 = vat(1)*va3(1)+vat(2)*va3(2)+vat(3)*va3(3)
sw3 = sgn(sw3)
w1 = a1 / at * sw1
w2 = a2 / at * sw2
w3 = a3 / at * sw3
;

```

```

        wtol = -0.01 * at
;
        if w1 <= wtol
            iout = 1
            ii = out (' warning : point outside zone')
        endif
        if w2 <= wtol
            iout = 1
            ii = out (' warning : point outside zone')
        endif
        if w3 <= wtol
            iout = 1
            ii = out (' warning : point outside zone')
        endif
;
        ws = w1+w2+w3
;
        if abs(ws-1.0) > 0.01
            ii = out (' *** warning : weight sum '+string(ws))
        endif
;
        at2 = 0.5*at
;
        ii = out (' nxcab '+string(j))
        ii = out (' face  '+string(jj))
        ii = out (' face area'+string(at2))
        ii = out (' weights: '+string(w1)+' '+string(w2)+'
'+string(w3))
        ii = out (' weight sum: '+string(ws))
;
        if jj = 1
            xcabf1w1(nxcab) = w1
            xcabf1w2(nxcab) = w2
            xcabf1w3(nxcab) = w3
        else
            xcabf2w1(nxcab) = w1
            xcabf2w2(nxcab) = w2
            xcabf2w3(nxcab) = w3
        endif
;
        endloop
;
; re-locate points
;
; xcabx10(nxcab) = xcabx1(nxcab)
; xcaby10(nxcab) = xcaby1(nxcab)
; xcabz10(nxcab) = xcabz1(nxcab)

```

```

; xcabx20(nxcab) = xcabx2(nxcab)
; xcaby20(nxcab) = xcaby2(nxcab)
; xcabz20(nxcab) = xcabz2(nxcab)
; i1 = xcabf1v1(nxcab)
; i2 = xcabf1v2(nxcab)
; i3 = xcabf1v3(nxcab)
; xcabx1(nxcab) = xcabf1w1(nxcab) * gp_x(i1)
; xcabx1(nxcab) = xcabx1(nxcab) + xcabf1w2(nxcab) * gp_x(i2)
; xcabx1(nxcab) = xcabx1(nxcab) + xcabf1w3(nxcab) * gp_x(i3)
; xcaby1(nxcab) = xcabf1w1(nxcab) * gp_y(i1)
; xcaby1(nxcab) = xcaby1(nxcab) + xcabf1w2(nxcab) * gp_y(i2)
; xcaby1(nxcab) = xcaby1(nxcab) + xcabf1w3(nxcab) * gp_y(i3)
; xcabz1(nxcab) = xcabf1w1(nxcab) * gp_z(i1)
; xcabz1(nxcab) = xcabz1(nxcab) + xcabf1w2(nxcab) * gp_z(i2)
; xcabz1(nxcab) = xcabz1(nxcab) + xcabf1w3(nxcab) * gp_z(i3)
; dx = xcabx1(nxcab) - xcabx10(nxcab)
; dy = xcaby1(nxcab) - xcaby10(nxcab)
; dz = xcabz1(nxcab) - xcabz10(nxcab)
; ii = out (' f1 dx,y,z: '+string(dx)+' '+string(dy)+' '+string(dz))
; i1 = xcabf2v1(nxcab)
; i2 = xcabf2v2(nxcab)
; i3 = xcabf2v3(nxcab)
; xcabx2(nxcab) = xcabf2w1(nxcab) * gp_x(i1)
; xcabx2(nxcab) = xcabx2(nxcab) + xcabf2w2(nxcab) * gp_x(i2)
; xcabx2(nxcab) = xcabx2(nxcab) + xcabf2w3(nxcab) * gp_x(i3)
; xcaby2(nxcab) = xcabf2w1(nxcab) * gp_y(i1)
; xcaby2(nxcab) = xcaby2(nxcab) + xcabf2w2(nxcab) * gp_y(i2)
; xcaby2(nxcab) = xcaby2(nxcab) + xcabf2w3(nxcab) * gp_y(i3)
; xcabz2(nxcab) = xcabf2w1(nxcab) * gp_z(i1)
; xcabz2(nxcab) = xcabz2(nxcab) + xcabf2w2(nxcab) * gp_z(i2)
; xcabz2(nxcab) = xcabz2(nxcab) + xcabf2w3(nxcab) * gp_z(i3)
; dx = xcabx2(nxcab) - xcabx20(nxcab)
; dy = xcaby2(nxcab) - xcaby20(nxcab)
; dz = xcabz2(nxcab) - xcabz20(nxcab)
; ii = out (' f2 dx,y,z: '+string(dx)+' '+string(dy)+' '+string(dz))
;
endsection
;
end

def cross3
;
;      C(1) = A(2)*B(3) - A(3)*B(2)
;      C(2) = A(3)*B(1) - A(1)*B(3)
;      C(3) = A(1)*B(2) - A(2)*B(1)
;
; ***  array vc(3),va(3),vb(3)

```



```

;
vc(1) = va(2)*vb(3) - va(3)*vb(2)
vc(2) = va(3)*vb(1) - va(1)*vb(3)
vc(3) = va(1)*vb(2) - va(2)*vb(1)
cc     = vc(1)*vc(1) + vc(2)*vc(2) + vc(3)*vc(3)
cc     = sqrt(cc)
;
end
def chkwt3
;
; --- Check weights W1, W2, W3 for element NXCAB ---
;
; input : NXCAB, XPP, YPP, ZPP
;
; output : W1, W2, W3, IOU
;         if point inside face : sets IOU=0
;         if point outside face : sets IOU=1
;
;== array vc(3),va(3),vb(3),vat(3),va1(3),va2(3),va3(3)
;
w1 = 0.0
w2 = 0.0
w3 = 0.0
iout = 0
;
j = nxcab
;
section
;
; ii = out (' chkwt3 ver '+string(iver1)+string(iver2)+string(iver3))
;
x1 = gp_x(iver1)
y1 = gp_y(iver1)
z1 = gp_z(iver1)
;
x2 = gp_x(iver2)
y2 = gp_y(iver2)
z2 = gp_z(iver2)
;
x3 = gp_x(iver3)
y3 = gp_y(iver3)
z3 = gp_z(iver3)
;
x2 = x2-x1
y2 = y2-y1
z2 = z2-z1
x3 = x3-x1

```

```

        y3 = y3-y1
        z3 = z3-z1
        xp = xpp-x1
        yp = ypp-y1
        zp = zpp-z1
        x1 = 0.0
        y1 = 0.0
        z1 = 0.0
;
;        ii = out (' chkwt3 iz  = '+string(iz))
;        ii = out (' chkwt3 xpp = '+string(xpp))
;        ii = out (' chkwt3 ypp = '+string(ypp))
;        ii = out (' chkwt3 zpp = '+string(zpp))
;
        va(1) = x2
        va(2) = y2
        va(3) = z2
        vb(1) = x3
        vb(2) = y3
        vb(3) = z3
        cross3
        at = cc
        vat(1) = vc(1)
        vat(2) = vc(2)
        vat(3) = vc(3)
;
        va(1) = xp
        va(2) = yp
        va(3) = zp
        vb(1) = x3
        vb(2) = y3
        vb(3) = z3
        cross3
        a2 = cc
        va2(1) = vc(1)
        va2(2) = vc(2)
        va2(3) = vc(3)
;
        va(1) = x2
        va(2) = y2
        va(3) = z2
        vb(1) = xp
        vb(2) = yp
        vb(3) = zp
        cross3
        a3 = cc
        va3(1) = vc(1)

```

```

va3(2) = vc(2)
va3(3) = vc(3)
;
va(1) = x2-xp
va(2) = y2-yp
va(3) = z2-zp
vb(1) = x3-xp
vb(2) = y3-yp
vb(3) = z3-zp
cross3
a1 = cc
va1(1) = vc(1)
va1(2) = vc(2)
va1(3) = vc(3)
;
    if at <= 0.0
        iout = 1
        ii = out (' chkwt3 error : zone area <= 0.0')
        exit section
    endif
;
    sw1 = vat(1)*va1(1)+vat(2)*va1(2)+vat(3)*va1(3)
    sw1 = sgn(sw1)
    sw2 = vat(1)*va2(1)+vat(2)*va2(2)+vat(3)*va2(3)
    sw2 = sgn(sw2)
    sw3 = vat(1)*va3(1)+vat(2)*va3(2)+vat(3)*va3(3)
    sw3 = sgn(sw3)
    w1 = a1 / at * sw1
    w2 = a2 / at * sw2
    w3 = a3 / at * sw3
;
    wtol = -0.01 * at
;
    if w1 <= wtol
        iout = 1
;        ii = out (' chkwt3 warning : point outside zone')
    endif
    if w2 <= wtol
        iout = 1
;        ii = out (' chkwt3 warning : point outside zone')
    endif
    if w3 <= wtol
        iout = 1
;        ii = out (' chkwt3 warning : point outside zone')
    endif
;
    ws = w1+w2+w3

```

```

;
    if abs(ws-1.0) > 0.01
;        ii = out (' chkwt3 *** warning : weight sum '+string(ws))
        endif
;
        at2 = 0.5*at
;
;        ii = out (' chkwt3: nxcab '+string(j))
;        ii = out (' chkwt3: face '+string(jj))
;        ii = out (' chkwt3: face area'+string(at2))
;        ii = out (' chkwt3: w: '+string(w1)+' '+string(w2)+'
'+string(w3))
;        ii = out (' chkwt3: weight sum: '+string(ws))
;
endsection
;
end

;def r_len_total

; r_len_tot = 0

; loop i (1,nxcab)

; r_len_tot = r_len_tot + xcablen(i)

; endloop
;end

;def ddax_total

; ddax_tot = 0

; loop i (1,nxcab)

; ddax_tot = ddax_tot + xcabdax(i)

; endloop
;end

; -----
;
; XCAB_FOR ---
;
; -----
def xcab_for

```

```

r_len_tot = 0.0

ddax_tot = 0.0
dax_tot = 0.0
;
    whilestepping
;
    t = time
    dt = tdel

loop i (1,nxcab)

r_len_tot = r_len_tot + xcablen(i)

ii = out ('xcablen(i) = '+string(xcablen(i)))
endloop

ii = out ('r_len_tot = '+string(r_len_tot))
;
section
;
    if nxcab = 0
        ii = out (' *** no xcab')
        exit section
    endif
;
    loop i (1, nxcab)
;
;***  ii = out (' no. xcab '+string(i))
;
; get data
    ia1 = xcabf1v1(i)
    ia2 = xcabf1v2(i)
    ia3 = xcabf1v3(i)
    wa1 = xcabf1w1(i)
    wa2 = xcabf1w2(i)
    wa3 = xcabf1w3(i)
;
    ib1 = xcabf2v1(i)
    ib2 = xcabf2v2(i)
    ib3 = xcabf2v3(i)
    wb1 = xcabf2w1(i)
    wb2 = xcabf2w2(i)
    wb3 = xcabf2w3(i)
;
;    ii = out (' iz1,iz2 '+string(iz1)+string(iz2))
;***  ii = out (' ia1,ia2,ia3 '+string(ia1)+string(ia2)+string(ia3))

```

```

;***  ii = out (' ib1,ib2,ib3 '+string(ib1)+string(ib2)+string(ib3))
;***  ii = out (' wa1,wa2,wa3 '+string(wa1)+string(wa2)+string(wa3))
;***  ii = out (' wb1,wb2,wb3 '+string(wb1)+string(wb2)+string(wb3))
;
    avx1 = gp_xvel(ia1)
    avx2 = gp_xvel(ia2)
    avx3 = gp_xvel(ia3)
;  ii = out (' gp_xvel(ia1) '+string(avx1))
;  ii = out (' gp_xvel(ia2) '+string(avx2))
;  ii = out (' gp_xvel(ia3) '+string(avx3))
    avy1 = gp_yvel(ia1)
    avy2 = gp_yvel(ia2)
    avy3 = gp_yvel(ia3)
;  ii = out (' gp_yvel(ia1) '+string(avy1))
;  ii = out (' gp_yvel(ia2) '+string(avy2))
;  ii = out (' gp_yvel(ia3) '+string(avy3))
    avz1 = gp_zvel(ia1)
    avz2 = gp_zvel(ia2)
    avz3 = gp_zvel(ia3)
;  ii = out (' gp_zvel(ia1) '+string(avz1))
;  ii = out (' gp_zvel(ia2) '+string(avz2))
;  ii = out (' gp_zvel(ia3) '+string(avz3))
;
    bvx1 = gp_xvel(ib1)
    bvx2 = gp_xvel(ib2)
    bvx3 = gp_xvel(ib3)
;  ii = out (' gp_xvel(ib1) '+string(bvx1))
;  ii = out (' gp_xvel(ib2) '+string(bvx2))
;  ii = out (' gp_xvel(ib3) '+string(bvx3))
    bvy1 = gp_yvel(ib1)
    bvy2 = gp_yvel(ib2)
    bvy3 = gp_yvel(ib3)
;  ii = out (' gp_yvel(ib1) '+string(bvy1))
;  ii = out (' gp_yvel(ib2) '+string(bvy2))
;  ii = out (' gp_yvel(ib3) '+string(bvy3))
    bvz1 = gp_zvel(ib1)
    bvz2 = gp_zvel(ib2)
    bvz3 = gp_zvel(ib3)
;  ii = out (' gp_zvel(ib1) '+string(bvz1))
;  ii = out (' gp_zvel(ib2) '+string(bvz2))
;  ii = out (' gp_zvel(ib3) '+string(bvz3))
;
; get coordinates
    ax1 = gp_x(ia1)
    ax2 = gp_x(ia2)
    ax3 = gp_x(ia3)
;  ii = out (' gp_x(ia1) '+string(ax1))

```

```

;   ii = out (' gp_x(ia2) '+string(ax2))
;   ii = out (' gp_x(ia3) '+string(ax3))
ay1 = gp_y(ia1)
ay2 = gp_y(ia2)
ay3 = gp_y(ia3)
;   ii = out (' gp_y(ia1) '+string(ay1))
;   ii = out (' gp_y(ia2) '+string(ay2))
;   ii = out (' gp_y(ia3) '+string(ay3))
az1 = gp_z(ia1)
az2 = gp_z(ia2)
az3 = gp_z(ia3)
;   ii = out (' gp_z(ia1) '+string(az1))
;   ii = out (' gp_z(ia2) '+string(az2))
;   ii = out (' gp_z(ia3) '+string(az3))
;
bx1 = gp_x(ib1)
bx2 = gp_x(ib2)
bx3 = gp_x(ib3)
;   ii = out (' gp_x(ib1) '+string(bx1))
;   ii = out (' gp_x(ib2) '+string(bx2))
;   ii = out (' gp_x(ib3) '+string(bx3))
by1 = gp_y(ib1)
by2 = gp_y(ib2)
by3 = gp_y(ib3)
;   ii = out (' gp_y(ib1) '+string(by1))
;   ii = out (' gp_y(ib2) '+string(by2))
;   ii = out (' gp_y(ib3) '+string(by3))
bz1 = gp_z(ib1)
bz2 = gp_z(ib2)
bz3 = gp_z(ib3)
;   ii = out (' gp_z(ib1) '+string(bz1))
;   ii = out (' gp_z(ib2) '+string(bz2))
;   ii = out (' gp_z(ib3) '+string(bz3))
;
; axial direction
ax = wa1*ax1 + wa2*ax2 + wa3*ax3
ay = wa1*ay1 + wa2*ay2 + wa3*ay3
az = wa1*az1 + wa2*az2 + wa3*az3
bx = wb1*bx1 + wb2*bx2 + wb3*bx3
by = wb1*by1 + wb2*by2 + wb3*by3
bz = wb1*bz1 + wb2*bz2 + wb3*bz3
;***   ii = out (' ax: '+string(ax)+' ay: '+string(ay)+' az:
'+string(az))
;***   ii = out (' bx: '+string(bx)+' by: '+string(by)+' bz:
'+string(bz))
dx = bx - ax
dy = by - ay

```

```

dz = bz - az
dd = SQRT(dx*dx+dy*dy+dz*dz)
;
if dd <= 0.0
    ii = out(' *** zero length, dx '+string(dx))
    exit section
endif
;
vnx = dx / dd
vny = dy / dd
vnz = dz / dd
;ii = out (' element length: '+string(dd))
;ii = out (' dx: '+string(dx)+' dy: '+string(dy)+' dz:
'+string(dz))
;ii = out (' nx: '+string(vnx)+' ny: '+string(vny)+' nz:
'+string(vnz))
;
; get velocities
avx = wa1*avx1 + wa2*avx2 + wa3*avx3
avy = wa1*avy1 + wa2*avy2 + wa3*avy3
avz = wa1*avz1 + wa2*avz2 + wa3*avz3
;*** ii = out (' avx,avy,avz '+string(avx)+string(avy)+string(avz))
bvx = wb1*bvx1 + wb2*bvx2 + wb3*bvx3
bvy = wb1*bvy1 + wb2*bvy2 + wb3*bvy3
bvz = wb1*bvz1 + wb2*bvz2 + wb3*bvz3
;*** ii = out (' bvx,bvy,bvz '+string(bvx)+string(bvy)+string(bvz))
rvx = bvx - avx
rvy = bvy - avy
rvz = bvz - avz
;*** ii = out (' rvx,rvy,rvz '+string(rvx)+string(rvy)+string(rvz))
;
rdx = rvx * tdel
rdy = rvy * tdel
rdz = rvz * tdel
;*** ii = out (' rdx,rdy,rdz '+string(rdx)+string(rdy)+string(rdz))
;
r_e = xcabmat(i,1)
r_area = xcabmat(i,2)
r_comp = xcabmat(i,3)
r_tens = xcabmat(i,4)
;
r_len = xcablen(i)
; r_len = 1.0
if r_len <= 0.0
    ii = out(' *** zero element length')
    exit section
endif

```



```

;
;***  ii = out (' r_ea = '+string(r_ea))
;***  ii = out (' r_area = '+string(r_area))
;
    ddax = rdx*vnx + rdy*vny + rdz*vnz
;***  ii = out (' ddax = '+string(ddax))
    daxo = xcabdax(i)
    dax = daxo + ddax
;***  ii = out (' daxo = '+string(daxo))
;***  ii = out (' dax = '+string(dax))

    xcabdax(i) = dax
    xcabdaxinc(i) = ddax

endloop

    loop i (1,nxcab)

        ;dlast = 0

;ddax_tot = ddax_tot + xcabdax(i)
ddax_tot = ddax_tot + xcabdaxinc(i)
dax_tot = dax_tot + xcabdax(i)

        ii = out ('xcabdax(i) = '+string(xcabdax(i)))
endloop

ii = out ('ddax_tot = '+string(ddax_tot))

    r_e = xcabmat(1,1)
    r_area = xcabmat(1,2)
    r_comp = xcabmat(1,3)
    r_tens = xcabmat(1,4)
;
; faxo = xcabfax(1)

;***  dfax = r_e * r_area * ddax
;fax = (r_e * r_area / r_len_tot) * ddax_tot
dfax = (r_e * r_area / r_len_tot) * ddax_tot
faxo = xcabfax(1)
fax = faxo + dfax

ii = out (' fax = '+string(fax))

;***  ii = out (' dfax = '+string(dfax))
; fax = faxo + dfax
;

```

```

; compressive failure
  if fax < -r_comp
    fax = -r_comp
    xcabstat(1) = -1
  endif

; -----
; only traction force is allowed if displacement is positive

  if xcabstat(1) = -1
    if dax_tot < 0.0
      fax = 0.0
    endif
  endif

; -----
;
; tensile failure
ii = out('tensile_failure')
ii = out(' dlast = ' + string(dlast))
  if r_tens > 0.0
    if fax > r_tens
; dlast_tmp = fax - r_tens
;       if dlast_tmp > dlast
;         dlast = dlast_tmp
;       endif
;       ii = out(' dlast_tmp = ' + string(dlast_tmp))+
'+string(dlast))
;       fax = fax - dlast
;       if fax < 0.0
;         fax = 0.0
;       endif
;       fax = r_tens
;       xcabstat(1) = 1
    endif
  endif

;
;***  ii = out (' faxo = '+string(faxo))
;***  ii = out (' fax = '+string(fax))
;
  loop i (1,nxcab)
    xcabfax(i) = fax
  endloop
;
; ----- FORCES -----
;
  loop i (1, nxcab)
;

```

```

;*** ii = out (' no. xcab '+string(i))
;
; get data
  ia1 = xcabf1v1(i)
  ia2 = xcabf1v2(i)
  ia3 = xcabf1v3(i)
  wa1 = xcabf1w1(i)
  wa2 = xcabf1w2(i)
  wa3 = xcabf1w3(i)
;
  ib1 = xcabf2v1(i)
  ib2 = xcabf2v2(i)
  ib3 = xcabf2v3(i)
  wb1 = xcabf2w1(i)
  wb2 = xcabf2w2(i)
  wb3 = xcabf2w3(i)
;
; ii = out (' iz1,iz2 '+string(iz1)+string(iz2))
;*** ii = out (' ia1,ia2,ia3 '+string(ia1)+string(ia2)+string(ia3))
;*** ii = out (' ib1,ib2,ib3 '+string(ib1)+string(ib2)+string(ib3))
;*** ii = out (' wa1,wa2,wa3 '+string(wa1)+string(wa2)+string(wa3))
;*** ii = out (' wb1,wb2,wb3 '+string(wb1)+string(wb2)+string(wb3))
;
  avx1 = gp_xvel(ia1)
  avx2 = gp_xvel(ia2)
  avx3 = gp_xvel(ia3)
; ii = out (' gp_xvel(ia1) '+string(avx1))
; ii = out (' gp_xvel(ia2) '+string(avx2))
; ii = out (' gp_xvel(ia3) '+string(avx3))
  avy1 = gp_yvel(ia1)
  avy2 = gp_yvel(ia2)
  avy3 = gp_yvel(ia3)
; ii = out (' gp_yvel(ia1) '+string(avy1))
; ii = out (' gp_yvel(ia2) '+string(avy2))
; ii = out (' gp_yvel(ia3) '+string(avy3))
  avz1 = gp_zvel(ia1)
  avz2 = gp_zvel(ia2)
  avz3 = gp_zvel(ia3)
; ii = out (' gp_zvel(ia1) '+string(avz1))
; ii = out (' gp_zvel(ia2) '+string(avz2))
; ii = out (' gp_zvel(ia3) '+string(avz3))
;
  bvx1 = gp_xvel(ib1)
  bvx2 = gp_xvel(ib2)
  bvx3 = gp_xvel(ib3)
; ii = out (' gp_xvel(ib1) '+string(bvx1))
; ii = out (' gp_xvel(ib2) '+string(bvx2))

```

```

;   ii = out (' gp_xvel(ib3) '+string(bvx3))
   bvy1 = gp_yvel(ib1)
   bvy2 = gp_yvel(ib2)
   bvy3 = gp_yvel(ib3)
;   ii = out (' gp_yvel(ib1) '+string(bvy1))
;   ii = out (' gp_yvel(ib2) '+string(bvy2))
;   ii = out (' gp_yvel(ib3) '+string(bvy3))
   bvz1 = gp_zvel(ib1)
   bvz2 = gp_zvel(ib2)
   bvz3 = gp_zvel(ib3)
;   ii = out (' gp_zvel(ib1) '+string(bvz1))
;   ii = out (' gp_zvel(ib2) '+string(bvz2))
;   ii = out (' gp_zvel(ib3) '+string(bvz3))
;
; get coordinates
   ax1 = gp_x(ia1)
   ax2 = gp_x(ia2)
   ax3 = gp_x(ia3)
;   ii = out (' gp_x(ia1) '+string(ax1))
;   ii = out (' gp_x(ia2) '+string(ax2))
;   ii = out (' gp_x(ia3) '+string(ax3))
   ay1 = gp_y(ia1)
   ay2 = gp_y(ia2)
   ay3 = gp_y(ia3)
;   ii = out (' gp_y(ia1) '+string(ay1))
;   ii = out (' gp_y(ia2) '+string(ay2))
;   ii = out (' gp_y(ia3) '+string(ay3))
   az1 = gp_z(ia1)
   az2 = gp_z(ia2)
   az3 = gp_z(ia3)
;   ii = out (' gp_z(ia1) '+string(az1))
;   ii = out (' gp_z(ia2) '+string(az2))
;   ii = out (' gp_z(ia3) '+string(az3))
;
   bx1 = gp_x(ib1)
   bx2 = gp_x(ib2)
   bx3 = gp_x(ib3)
;   ii = out (' gp_x(ib1) '+string(bx1))
;   ii = out (' gp_x(ib2) '+string(bx2))
;   ii = out (' gp_x(ib3) '+string(bx3))
   by1 = gp_y(ib1)
   by2 = gp_y(ib2)
   by3 = gp_y(ib3)
;   ii = out (' gp_y(ib1) '+string(by1))
;   ii = out (' gp_y(ib2) '+string(by2))
;   ii = out (' gp_y(ib3) '+string(by3))
   bz1 = gp_z(ib1)

```

```

        bz2 = gp_z(ib2)
        bz3 = gp_z(ib3)
;    ii = out (' gp_z(ib1) '+string(bz1))
;    ii = out (' gp_z(ib2) '+string(bz2))
;    ii = out (' gp_z(ib3) '+string(bz3))
;
; axial direction
    ax = wa1*ax1 + wa2*ax2 + wa3*ax3
    ay = wa1*ay1 + wa2*ay2 + wa3*ay3
    az = wa1*az1 + wa2*az2 + wa3*az3
    bx = wb1*bx1 + wb2*bx2 + wb3*bx3
    by = wb1*by1 + wb2*by2 + wb3*by3
    bz = wb1*bz1 + wb2*bz2 + wb3*bz3
;***    ii = out (' ax: '+string(ax)+' ay: '+string(ay)+' az:
'+string(az))
;***    ii = out (' bx: '+string(bx)+' by: '+string(by)+' bz:
'+string(bz))
    dx = bx - ax
    dy = by - ay
    dz = bz - az
    dd = SQRT(dx*dx+dy*dy+dz*dz)
;
    if dd <= 0.0
        ii = out(' *** zero length, dx '+string(dx))
        exit section
    endif
;
    vnx = dx / dd
    vny = dy / dd
    vnz = dz / dd
    ;ii = out (' element length: '+string(dd))
    ;ii = out (' dx: '+string(dx)+' dy: '+string(dy)+' dz:
'+string(dz))
    ;ii = out (' nx: '+string(vnx)+' ny: '+string(vny)+' nz:
'+string(vnz))
;
    fax = xcabfax(i)
;
    xcabfx(i) = fax * vnx
    xcabfy(i) = fax * vny
    xcabfz(i) = fax * vnz
;
; apply forces to gps
    fx = xcabfx(i)
    fy = xcabfy(i)
    fz = xcabfz(i)
;

```

```

;   ii = out ( ' rdx,rdy,rdz '+string(rdx)+string(rdy))
;   ii = out ( ' fx,fy '+string(fx)+string(fy))
;
  gp_xforce(ia1) = gp_xforce(ia1) + fx * wa1
  gp_yforce(ia1) = gp_yforce(ia1) + fy * wa1
  gp_zforce(ia1) = gp_zforce(ia1) + fz * wa1
  gp_xforce(ia2) = gp_xforce(ia2) + fx * wa2
  gp_yforce(ia2) = gp_yforce(ia2) + fy * wa2
  gp_zforce(ia2) = gp_zforce(ia2) + fz * wa2
  gp_xforce(ia3) = gp_xforce(ia3) + fx * wa3
  gp_yforce(ia3) = gp_yforce(ia3) + fy * wa3
  gp_zforce(ia3) = gp_zforce(ia3) + fz * wa3
;
  gp_xforce(ib1) = gp_xforce(ib1) - fx * wb1
  gp_yforce(ib1) = gp_yforce(ib1) - fy * wb1
  gp_zforce(ib1) = gp_zforce(ib1) - fz * wb1
  gp_xforce(ib2) = gp_xforce(ib2) - fx * wb2
  gp_yforce(ib2) = gp_yforce(ib2) - fy * wb2
  gp_zforce(ib2) = gp_zforce(ib2) - fz * wb2
  gp_xforce(ib3) = gp_xforce(ib3) - fx * wb3
  gp_yforce(ib3) = gp_yforce(ib3) - fy * wb3
  gp_zforce(ib3) = gp_zforce(ib3) - fz * wb3
;
  endloop
;
endsection
;
fax1 = xcabfax(1)
fax2 = xcabfax(2)
fax3 = xcabfax(3)
fax4 = xcabfax(4)
fax5 = xcabfax(5)
fax6 = xcabfax(6)
fax7 = xcabfax(7)
fax8 = xcabfax(8)
fax9 = xcabfax(9)
fax10 = xcabfax(10)
fax11 = xcabfax(11)
fax12 = xcabfax(12)
fax13 = xcabfax(13)
fax14 = xcabfax(14)
fax15 = xcabfax(15)
fax16 = xcabfax(16)
fax17 = xcabfax(17)
fax18 = xcabfax(18)
fax19 = xcabfax(19)
fax20 = xcabfax(20)

```

```

fax21 = xcabfax(21)
fax22 = xcabfax(22)
fax23 = xcabfax(23)
fax24 = xcabfax(24)
fax25 = xcabfax(25)
fax26 = xcabfax(26)
fax27 = xcabfax(27)
fax28 = xcabfax(28)
fax29 = xcabfax(29)
fax30 = xcabfax(30)

dax1 = xcabdax(1)
dax2 = xcabdax(2)
dax3 = xcabdax(3)
dax4 = xcabdax(4)
dax5 = xcabdax(5)
dax6 = xcabdax(6)
dax7 = xcabdax(7)
dax8 = xcabdax(8)
dax9 = xcabdax(9)
dax10 = xcabdax(10)
dax11 = xcabdax(11)
dax12 = xcabdax(12)
dax13 = xcabdax(13)
dax14 = xcabdax(14)
dax15 = xcabdax(15)
dax16 = xcabdax(16)
dax17 = xcabdax(17)
dax18 = xcabdax(18)
dax19 = xcabdax(19)
dax20 = xcabdax(20)
dax21 = xcabdax(21)
dax22 = xcabdax(22)
dax23 = xcabdax(23)
dax24 = xcabdax(24)
dax25 = xcabdax(25)
dax26 = xcabdax(26)
dax27 = xcabdax(27)
dax28 = xcabdax(28)
dax29 = xcabdax(29)
dax30 = xcabdax(30)

;
end
;
ret

; -----

```

```

; ----- CABLE INSTALLATION --- REINFORCEMENT SOLUTION 2 -----
; -----

; --- Triangulation faces ---
;cy 0
;
; --- For the old fish function to work ---
set fish safe off
set fish int on
set fish bool on

call xcab3.fis
;
set @r_ntol 0.2
;
; 1 cable (with prestressing)

; --- COLUMN ---

set @x1xcab 0.0 @y1xcab 0.0 @z1xcab -0.175
set @x2xcab 0.0 @y2xcab 0.0 @z2xcab 0.25
set @r_e 200.0e9 @r_area 9.3e-5 @r_comp 0 @r_tens 172980.0 @r_force
138384.0

@xcab_gen

set @x1xcab 0.0 @y1xcab 0.0 @z1xcab 0.25
set @x2xcab 0.0 @y2xcab 0.0 @z2xcab 0.75
set @r_e 200.0e9 @r_area 9.3e-5 @r_comp 0 @r_tens 172980.0 @r_force
138384.0

@xcab_gen

set @x1xcab 0.0 @y1xcab 0.0 @z1xcab 0.75
set @x2xcab 0.0 @y2xcab 0.0 @z2xcab 1.25
set @r_e 200.0e9 @r_area 9.3e-5 @r_comp 0 @r_tens 172980.0 @r_force
138384.0

@xcab_gen

set @x1xcab 0.0 @y1xcab 0.0 @z1xcab 1.25
set @x2xcab 0.0 @y2xcab 0.0 @z2xcab 1.75
set @r_e 200.0e9 @r_area 9.3e-5 @r_comp 0 @r_tens 172980.0 @r_force
138384.0

@xcab_gen

```



```

set @x1xcab 0.0 @y1xcab 0.0 @z1xcab 1.75
set @x2xcab 0.0 @y2xcab 0.0 @z2xcab 2.25
set @r_e 200.0e9 @r_area 9.3e-5 @r_comp 0 @r_tens 172980.0 @r_force
138384.0

```

```
@xcab_gen
```

```

set @x1xcab 0.0 @y1xcab 0.0 @z1xcab 2.25
set @x2xcab 0.0 @y2xcab 0.0 @z2xcab 2.75
set @r_e 200.0e9 @r_area 9.3e-5 @r_comp 0 @r_tens 172980.0 @r_force
138384.0

```

```
@xcab_gen
```

```
; --- ARCH ---
```

```

set @x1xcab 0.0 @y1xcab 0.0 @z1xcab 2.75
set @x2xcab 0.045 @y2xcab 0.0 @z2xcab 3.26
set @r_e 200.0e9 @r_area 9.3e-5 @r_comp 0 @r_tens 172980.0 @r_force
138384.0

```

```
@xcab_gen
```

```

set @x1xcab 0.045 @y1xcab 0.0 @z1xcab 3.26
set @x2xcab 0.22 @y2xcab 0.0 @z2xcab 3.74
set @r_e 200.0e9 @r_area 9.3e-5 @r_comp 0 @r_tens 172980.0 @r_force
138384.0

```

```
@xcab_gen
```

```

set @x1xcab 0.22 @y1xcab 0.0 @z1xcab 3.74
set @x2xcab 0.55 @y2xcab 0.0 @z2xcab 4.13
set @r_e 200.0e9 @r_area 9.3e-5 @r_comp 0 @r_tens 172980.0 @r_force
138384.0

```

```
@xcab_gen
```

```

set @x1xcab 0.55 @y1xcab 0.0 @z1xcab 4.13
set @x2xcab 0.99 @y2xcab 0.0 @z2xcab 4.39
set @r_e 200.0e9 @r_area 9.3e-5 @r_comp 0 @r_tens 172980.0 @r_force
138384.0

```

```
@xcab_gen
```

```

set @x1xcab 0.99 @y1xcab 0.0 @z1xcab 4.39
set @x2xcab 1.5 @y2xcab 0.0 @z2xcab 4.477
set @r_e 200.0e9 @r_area 9.3e-5 @r_comp 0 @r_tens 172980.0 @r_force

```

138384.0

@xcab_gen

```
set @x1xcab 1.5 @y1xcab 0.0 @z1xcab 4.477
set @x2xcab 2.01 @y2xcab 0.0 @z2xcab 4.39
set @r_e 200.0e9 @r_area 9.3e-5 @r_comp 0 @r_tens 172980.0 @r_force
138384.0
```

@xcab_gen

```
set @x1xcab 2.01 @y1xcab 0.0 @z1xcab 4.39
set @x2xcab 2.45 @y2xcab 0.0 @z2xcab 4.13
set @r_e 200.0e9 @r_area 9.3e-5 @r_comp 0 @r_tens 172980.0 @r_force
138384.0
```

@xcab_gen

```
set @x1xcab 2.45 @y1xcab 0.0 @z1xcab 4.13
set @x2xcab 2.78 @y2xcab 0.0 @z2xcab 3.74
set @r_e 200.0e9 @r_area 9.3e-5 @r_comp 0 @r_tens 172980.0 @r_force
138384.0
```

@xcab_gen

```
set @x1xcab 2.78 @y1xcab 0.0 @z1xcab 3.74
set @x2xcab 2.955 @y2xcab 0.0 @z2xcab 3.26
set @r_e 200.0e9 @r_area 9.3e-5 @r_comp 0 @r_tens 172980.0 @r_force
138384.0
```

@xcab_gen

```
set @x1xcab 2.955 @y1xcab 0.0 @z1xcab 3.26
set @x2xcab 3.00 @y2xcab 0.0 @z2xcab 2.75
set @r_e 200.0e9 @r_area 9.3e-5 @r_comp 0 @r_tens 172980.0 @r_force
138384.0
```

@xcab_gen

; --- COLUMN ---

```
set @x1xcab 3.00 @y1xcab 0.0 @z1xcab 2.75
set @x2xcab 3.00 @y2xcab 0.0 @z2xcab 2.25
set @r_e 200.0e9 @r_area 9.3e-5 @r_comp 0 @r_tens 172980.0 @r_force
138384.0
```

@xcab_gen

```
set @x1xcab 3.00 @y1xcab 0.0 @z1xcab 2.25
```

```

set @x2xcab 3.00 @y2xcab 0.0 @z2xcab 1.75
set @r_e 200.0e9 @r_area 9.3e-5 @r_comp 0 @r_tens 172980.0 @r_force
138384.0

```

```
@xcab_gen
```

```

set @x1xcab 3.00 @y1xcab 0.0 @z1xcab 1.75
set @x2xcab 3.00 @y2xcab 0.0 @z2xcab 1.25
set @r_e 200.0e9 @r_area 9.3e-5 @r_comp 0 @r_tens 172980.0 @r_force
138384.0

```

```
@xcab_gen
```

```

set @x1xcab 3.00 @y1xcab 0.0 @z1xcab 1.25
set @x2xcab 3.00 @y2xcab 0.0 @z2xcab 0.75
set @r_e 200.0e9 @r_area 9.3e-5 @r_comp 0 @r_tens 172980.0 @r_force
138384.0

```

```
@xcab_gen
```

```

set @x1xcab 3.00 @y1xcab 0.0 @z1xcab 0.75
set @x2xcab 3.00 @y2xcab 0.0 @z2xcab 0.25
set @r_e 200.0e9 @r_area 9.3e-5 @r_comp 0 @r_tens 172980.0 @r_force
138384.0

```

```
@xcab_gen
```

```

set @x1xcab 3.00 @y1xcab 0.0 @z1xcab 0.25
set @x2xcab 3.00 @y2xcab 0.0 @z2xcab -0.175
set @r_e 200.0e9 @r_area 9.3e-5 @r_comp 0 @r_tens 172980.0 @r_force
138384.0

```

```
@xcab_gen
```

```

;@ddax_total
@xcab_pr
@xcab_pr2
@xcab_pr3
;@r_len_total
;@xcab_pl ; to see the cable

```

```
frac 0.025 0.25
```

```

solve
;cy 3000

```